



- Linda Kusumawardani
- Setia Budhi



MATEMATIKA

Untuk SMP dan MTs.

MATEMATIKA

Untuk SMP dan MTs. Kelas IX

Linda Kusumawardani • Setia Budhi



PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Kelas

IX

- Linda Kusumawardani
- Setia Budhi

MATEMATIKA

untuk SMP dan MTs.



PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional

Kelas
IX

Hak Cipta pada Kementerian Pendidikan Nasional
Dilindungi Undang-Undang

**PENDIDIKAN JASMANI,
OLAHRAGA, DAN KESEHATAN**
untuk SMA, MA, dan SMK Kelas XI

Penulis : Tarmudi B. Hafid
Ahmad Rithaudin

Ukuran buku : 17,6 x 25 cm

Tarmudi B. Hafid

Pendidikan Jasmani, Olahraga dan Kesehatan / disusun oleh Tarmudi B
Hafid ; Ahmad Rithaudin. -- Jakarta : Pusat Kurikulum dan Perbukuan,
Kementerian Pendidikan Nasional, 2011.
vi, 314 hlm.: illus.; foto; 25 cm.

Untuk SMA, MA, dan SMK Kelas XI
Bibliografi : hlm. 312
Indeks
ISBN 978-979-095-691-9

1. Olahraga-Aspek Kesehatan--Studi dan Pengajaran
II. Ahmad Rithaudin

613.707

Hak Cipta buku ini dialihkan kepada Kementerian Pendidikan Nasional
dari penerbit PT Sarana Panca Karya Nusa

Diterbitkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan
Kementerian Pendidikan Nasional Tahun 2011

Bebas digandakan sejak November 2010 s.d November 2025

Diperbanyak oleh

KATA SAMBUTAN

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Kementerian Pendidikan Nasional, sejak tahun 2007, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008 tanggal 11 Desember 2008.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*download*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri sehingga dapat memanfaatkan sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juni 2011

Kepala Pusat Kurikulum dan Perbukuan

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa, berkat rahmat-Nya kami telah menyelesaikan penyusunan buku pelajaran Matematika untuk Sekolah Menengah Pertama ini sebagai pegangan siswa dan guru dalam kegiatan belajar mengajar.

Matematika merupakan salah satu ilmu murni (*pure science*) yang sangat penting untuk perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi (*iptek*). Pelajaran Matematika di sekolah diajarkan dengan tujuan untuk mengembangkan kemampuan menghitung, mengukur, menurunkan, dan menggunakan rumus matematika. Berdasarkan tujuan tersebut, kalian diharapkan dapat menggunakan matematika dan pola pikir matematika dalam kehidupan sehari-hari (*kontekstual*).

Buku pelajaran Matematika ini telah kami susun berdasarkan kurikulum yang berlaku. Buku ini dilengkapi dengan contoh-contoh dan penyelesaiannya sebagai bentuk pemecahan dari suatu masalah matematika (*problem solving*). Selain itu, di dalam buku ini juga disajikan soal-soal latihan untuk menguji kompetensi siswa. Untuk menambah wawasan siswa di bidang matematika, kami menyajikan informasi dalam bentuk info plus. Pada akhir buku ini, kami juga menyajikan soal-soal Ulangan Umum untuk mengevaluasi hasil pembelajaran.

Dengan adanya buku pelajaran ini, kami berharap semoga kalian menjadi orang yang cerdas cendekia dan bertambah ilmunya sebagaimana kata pepatah "Lubuk akal, tepian ilmu". Akhir kata, penyusun mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu penyelesaian buku pelajaran matematika ini.

Bandung, Mei 2008

Penyusun

PANDUAN PENGGUNAAN BUKU

Puji syukur kita panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena buku ini akhirnya dapat diselesaikan. Buku ini diharapkan dapat menjadi alat bantu untuk memahami matematika. Buku ini ditujukan bagi siswa SMP yang ingin memahami matematika secara baik dan mendalam. Berikut ini adalah sistematika penyajian dalam buku ini.

- **Judul Bab dan Subbab**

Judul bab dan subbab membantu menunjukkan materi yang akan dipelajari.

- **Tujuan Pembelajaran**

Tujuan pembelajaran disajikan dengan bahasa yang sederhana untuk membantu siswa agar mengerti tujuan yang akan dicapai setelah mempelajari materi yang ada dalam bab ini.

- **Advance Organizer**

Berupa gambar pembuka disertai narasi dan pertanyaan yang diharapkan dapat merangsang siswa dalam mempelajari materi tersebut.

- **Materi Prasyarat**

Berisi materi yang telah dipelajari sebagai prasyarat untuk mempelajari konsep berikutnya.

- **Soal Pembangkit Motivasi**

Berisi soal-soal yang harus dikerjakan sebagai uji kompetensi awal untuk mengetahui kemampuan awal siswa sebelum mempelajari materi pada bab itu.

- **Uraian Materi**

Materi disajikan mulai dari yang termudah sehingga diharapkan siswa dapat dengan cepat memahami materi yang dipelajari. Sajian materi menerapkan kebermanaknaan dan manfaat bagi siswa. Setelah mempelajari materi ini, siswa diharapkan dapat menerapkannya dalam pemecahan.

- **Contoh Soal dan Penyelesaian**

Contoh soal dan penyelesaian disajikan dengan harapan siswa mempunyai pengetahuan dan pengalaman dalam menerapkan suatu konsep matematika dalam menyelesaikan masalah lengkap dengan langkah-langkahnya.

- **Info Matematika**

Berisi informasi tambahan seputar ilmu matematika untuk menambah wawasan siswa.

- **Tokoh**
Berisi biografi singkat tentang kehidupan seorang tokoh yang berjasa mengembangkan atau menemukan suatu teori di dalam ilmu matematika.
- **Tugas**
Berisi soal-soal yang harus dikerjakan baik secara individu maupun kelompok dengan dengan maksud meningkatkan kerja sama antarsiswa.
- **Kegiatan**
Berisi rangkaian kegiatan yang harus dikerjakan siswa supaya siswa lebih memahami materi yang sedang dipelajari.
- **Uji Kompetensi**
Berisi sejumlah soal yang harus dikerjakan. Disajikan dengan tujuan untuk menguji pemahaman siswa terhadap materi yang sedang dipelajari.
- **Rangkuman**
Rangkuman disajikan dengan maksud untuk membantu siswa mengingat kembali materi atau konsep dasar yang telah dipelajarinya.
- **Refleksi**
Refleksi diberikan dengan maksud siswa dapat menjawab sampai di mana tingkat penguasaan terhadap materi yang sudah dipelajari.
- **Peta Konsep**
Peta konsep disajikan dengan bagan yang terstruktur. Peta konsep dilampirkan dengan maksud membantu siswa dalam memahami keterkaitan antarkonsep yang akan dipelajari dalam setiap bab. Diharapkan tidak akan terjadi kesalahan konsep.
- **Uji Kompetensi Akhir Bab**
Berisi soal-soal yang harus dikerjakan setelah siswa mempelajari materi dalam satu bab. Dengan menjawab soal-soal uji kompetensi akhir bab, siswa dapat menilai kemampuannya dalam menguasai materi yang telah diberikan.
- **Latihan Ulangan Umum**
Berisi soal-soal yang harus dikerjakan selama satu semester. Disajikan dengan maksud untuk menguji pemahaman siswa terhadap materi yang sudah dipelajari selama satu semester.

Selain dengan sistematika penyajian yang terurut, buku ini mempunyai kelebihan lain, yaitu bahasa yang digunakan sangat sederhana sesuai tingkat berpikir siswa sehingga materi yang disajikan sangat mudah untuk dipahami. Selain itu, pilihan gambar ilustrasi sangat mendukung memperjelas materi yang disampaikan menjadikan. Dengan demikian buku ini mempunyai banyak kelebihan.

DAFTAR ISI

	Halaman
KATA SAMBUTAN	iii
KATA PENGANTAR	iv
PANDUAN PENGGUNAAN BUKU	v
DAFTAR ISI	vii
 BAB 1 KESEBANGUNAN	 1
A. Kesebangunan Dua Bangun Datar	3
B. Kesebangunan Dua Bangun Segitiga.....	15
C. Penerapan Konsep Kesebangunan	31
 BAB 2 BANGUN RUANG SISI LENGKUNG	 39
A. Unsur-Unsur pada Tabung, Kerucut, dan Bola	42
B. Luas Permukaan dan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola.....	46
C. Menghitung Besar Perubahan Volume.....	61
 BAB 3 PENGOLAHAN DAN PENYAJIAN DATA	 70
A. Pengolahan Data	72
B. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram.....	83
 BAB 4 PELUANG	 97
A. Ruang Sampel Percobaan	99
B. Peluang Kejadian	103
 LATIHAN ULANGAN UMUM I	 120
 BAB 5 BILANGAN BERPANGKAT DAN BENTUK AKAR	 127
A. Pangkat Bilangan Bulat.....	129
B. Bilangan Pecahan Berpangkat dan Bilangan Berpangkat Pecahan	 133
C. Operasi pada Bentuk Akar	140
D. Merasionalkan Penyebut Suatu Pecahan	142

BAB 6 BARISAN DAN DERET 151

 A. Barisan dan Deret Bilangan 153

 B. Barisan dan Deret Aritmetika..... 157

 C. Barisan dan Deret Geometri..... 162

 D. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Barisan dan Deret..... 167

LATIHAN ULANGAN UMUM II 175

DAFTAR PUSTAKA 180

GLOSARIUM 181

KUNCI JAWABAN 182

INDEKS 184

BAB

1

Kesebangunan

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang kesebangunan bangun datar dan penggunaannya dalam pemecahan masalah. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- mengenali dua bangun datar yang kongruen atau tidak kongruen, dengan menyebutkan syaratnya;
- membedakan dua bangun datar sebangun atau tidak sebangun, dengan menyebut syaratnya;
- menghitung panjang sisi yang belum diketahui dari dua bangun yang sama sebangun atau dua bangun sebangun;
- menyebutkan syarat dua segitiga kongruen;
- membuktikan dua segitiga sama sebangun;
- menentukan perbandingan sisi-sisi dua segitiga yang sama sebangun dan menghitung panjangnya;
- menyatakan akibat dari dua segitiga kongruen;
- membedakan pengertian sebangun dan kongruen dua segitiga;
- menyebutkan syarat dua segitiga adalah sebangun;
- menentukan perbandingan sisi dua segitiga sebangun dan menghitung panjangnya;
- memecahkan masalah yang melibatkan konsep kesebangunan;

Dalam kehidupan sehari-hari, kita sering melihat benda-benda yang mempunyai bentuk dan ukuran yang sama atau bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda.

Misalnya perhatikan dua buah foto yang berukuran sama dan dua buah foto berukuran berbeda, misalnya satu berukuran 2×3 dan satunya lagi berukuran 4×6 konsep apa yang digunakan dalam hal ini? Untuk itu, kita akan dapat menjawabnya setelah memahami konsep kongruen dan sebangun berikut ini.



Materi Prasyarat

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, coba kamu ingat kembali beberapa konsep yang telah dipelajari di kelas VII. Konsep tersebut di antaranya adalah skala dan perbandingan, bangun datar segitiga, dan konsep sudut. Pemahaman terhadap konsep-konsep tersebut akan memudahkanmu mempelajari bab berikut ini.

Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

1. Dua buah bangun datar dikatakan sebangun jika sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian adalah sebanding, artinya perbandingan panjang sisi-sisi itu sama. Perhatikan gambar berikut ini!



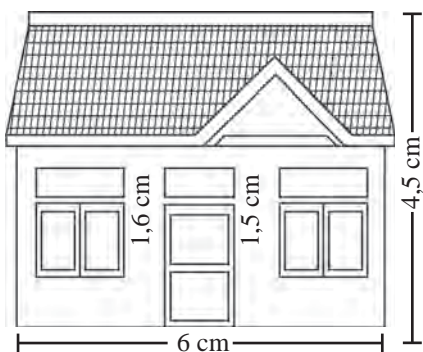
A



B

Jika kamu menginginkan kedua bangun tersebut sebangun, berapa cm tinggi gambar pemandangan B?

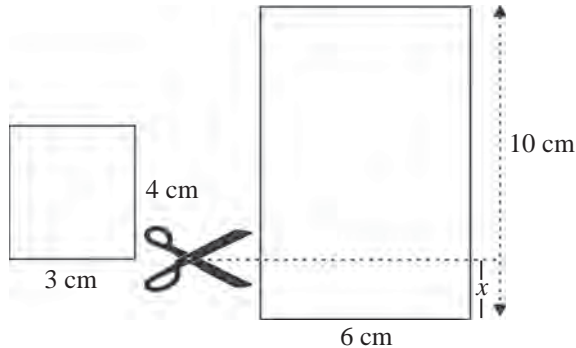
2. Perhatikan gambar denah rumah berikut ini!



Jika tinggi pintu sebenarnya adalah 2,2 m, hitunglah:

- a. lebar rumah sebenarnya;
- b. tinggi rumah sebenarnya;
- c. tinggi jendela sebenarnya.

3. Jika ingin kedua persegi panjang pada gambar di bawah ini sebangun maka persegi panjang besar harus digunting sepanjang garis putus-putus selebar x . Hitunglah nilai x .



A. Kesebangunan Dua Bangun Datar

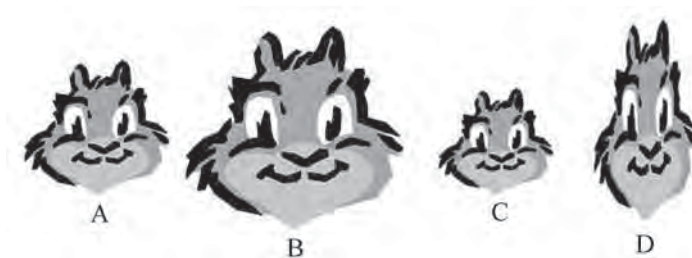
Dalam kehidupan sehari-hari, kita tidak bisa lepas dari penggunaan bangun datar. Ketika hendak melihat penampilan, kita membutuhkan cermin. Seorang arsitektur biasanya menggambar denah cermin. Seorang arsitektur biasanya menggambar denah rumah ketika hendak membangun rumah yang sebenarnya. Bagaimana arsitektur menentukan ukuran denah rumah tersebut? Konsep apa yang digunakan?

Kata Kunci

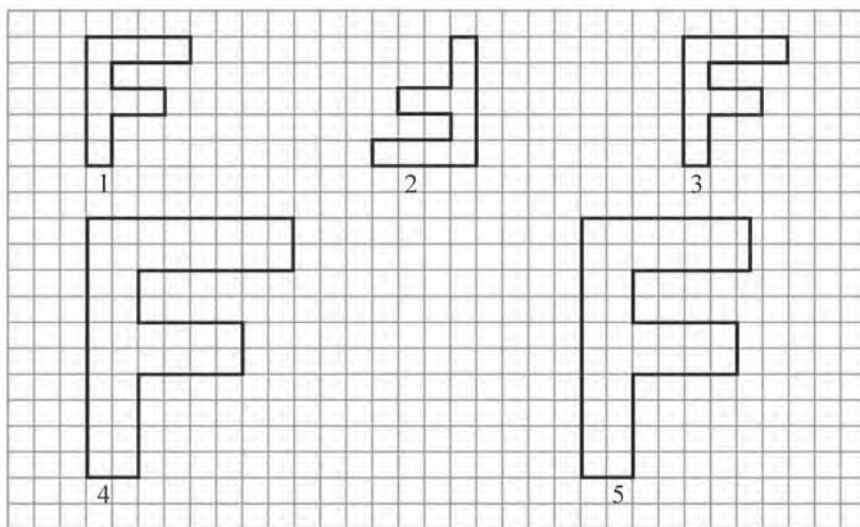
- Kongruen
- Perbandingan
- Sebangun
- Segitiga
- Sisi
- Skala
- Sudut

1. Membedakan Kongruen dan Sebangun

Untuk dapat membedakan pengertian dari sebangun atau kongruen, perhatikanlah gambar berikut!



Gambar B merupakan hasil dari A yang ukurannya diperbesar, sedangkan gambar C merupakan hasil dari A yang ukurannya diperkecil. Gambar D bukan merupakan hasil dari A karena bentuknya berbeda. Dari gambar di atas, dapat disebutkan A, B, dan C adalah gambar-gambar yang sebangun.



Berdasarkan gambar di atas, 1 dan 3 mempunyai bentuk dan ukuran yang sama, gambar 1 dapat menempati dengan tepat gambar 3 atau gambar 3 dapat menutup rapat gambar 1. Kita katakan 1 dan 3 adalah dua bentuk yang sama dan sebangun atau istilahnya **kongruen**. Gambar 2 merupakan hasil dari gambar 1 atau gambar 3 yang dibalik, sehingga 2 dan 1 atau 1 dan 3 adalah kongruen. Gambar 4 dan 1 mempunyai bentuk yang sama tetapi ukurannya berbeda, dikatakan 4 **sebangun** dengan 1, 2, dan 3.

Kegiatan

1. Perhatikanlah gambar 4 dan 5.
2. Uraikanlah menurut pendapat kalian apakah gambar 4 dapat dikatakan kongruen atau sebangun dengan gambar 1? Bagaimana dengan gambar 4? Dapatkah kalian membuat suatu kesimpulan mengenai kongruen atau sebangun?

a. Kongruen

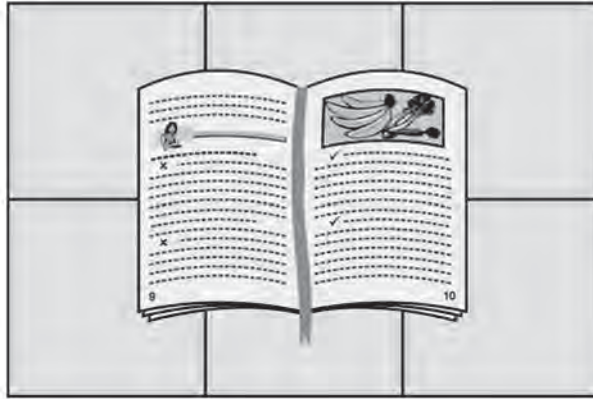
Kata **kongruen** dapat diartikan dengan "menempati bingkainya dengan tepat" atau "dapat menutup rapat" dan kata kongruen dapat digunakan untuk:

- 1) dua ruas garis yang sama panjang,
- 2) dua sudut yang sama besar ukurannya, dan
- 3) dua lingkaran yang sama jari-jarinya.

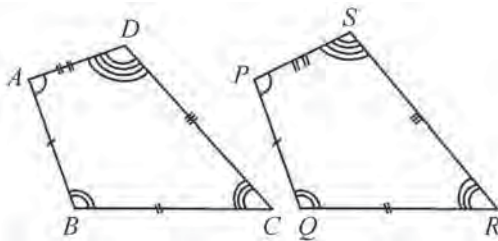
Kita boleh mengatakan ruas garis AB kongruen dengan PQ , dan biasa ditulis $AB \cong PQ$ jika ruas garis $AB =$ ruas garis PQ . Sudut A sama besar dengan sudut P atau dapat juga dikatakan $\angle A$ kongruen dengan $\angle P$, atau $\angle A \cong \angle P$.

Dua bangun yang bentuk dan ukurannya sama dinamakan dua bangun yang kongruen.

Dalam kehidupan sehari-hari, kita bisa melihat contoh sifat kongruen pada beberapa hal, misalnya pada pengubinan lantai rumah, lembaran kertas pada buku catatan, dan lain sebagainya. Apakah ubin atau kertas tersebut mempunyai bentuk dan ukuran yang sama?



Diskusikan



Perhatikanlah gambar di samping!
Dari gambar tersebut diperoleh:

$$\begin{array}{ll} \angle A = \angle P & AB = PQ \\ \angle B = \angle Q & BC = QR \\ \angle C = \angle R & CD = RS \\ \angle D = \angle S & DA = SP \end{array}$$

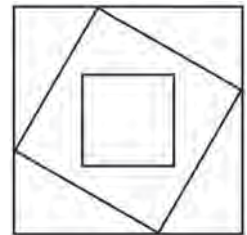
Karena besar sudut yang bersesuaian sama besar dan panjang sisi yang bersesuaian sama panjang, apakah $ABCD \cong PQRS$? Jelaskan!

b. Sebangun

Kesebangunan adalah hal-hal yang berkaitan dengan dua bangun atau lebih yang memiliki bentuk yang sama.

Perhatikanlah pada gambar di samping! Apakah bangun-bangun tersebut memiliki bentuk yang sama? Apakah ukuran antara segi empat yang satu sama dengan persegi yang lain?

Bangun-bangun tersebut merupakan bangun-bangun yang sebangun.



Contoh lain dari dua bangun yang sebangun adalah foto yang berukuran 4×6 dan 2×3 seperti pada gambar di bawah ini!



Sumber: Dokumen Penerbit

Kata Kunci

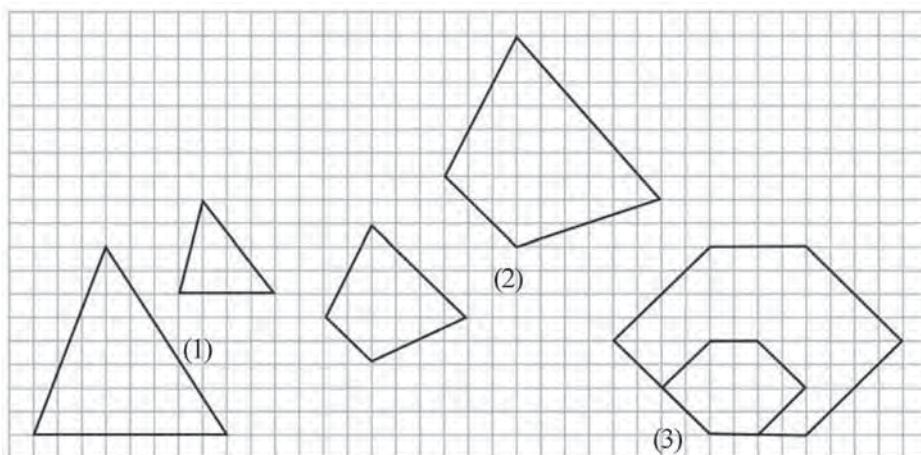
Dua bangun yang kongruen, pasti akan sebangun tetapi dua bangun yang sebangun belum tentu akan kongruen.

Bagaimana bentuk dan ukuran dari kedua foto tersebut? Dua bangun atau lebih dikatakan sebangun jika bentuknya sama tetapi ukurannya berbeda. Dalam hal ini, kamu harus mengingat kembali pelajaran di kelas VIII tentang *skala* dan *perbandingan*.

Dua bangun datar yang sebangun (selain lingkaran) selalu memiliki ciri-ciri sebagai berikut:

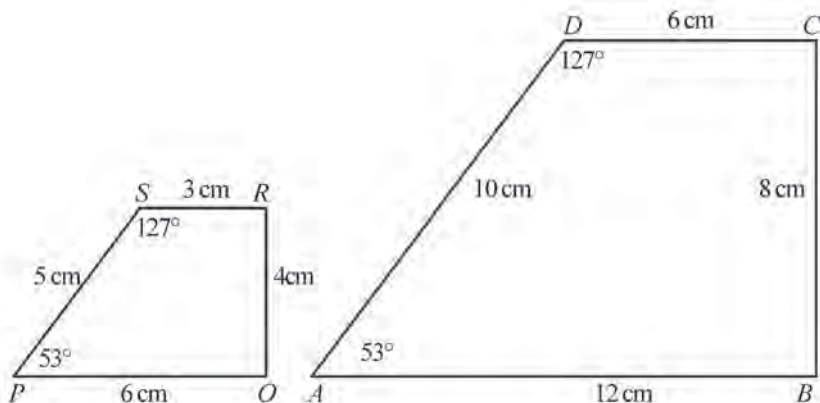
- sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian adalah sebanding, artinya perbandingan panjang sisi-sisi itu sama,
- sudut-sudut yang seletak atau bersesuaian adalah sama besar.

Perhatikanlah gambar berikut!



- menunjukkan dua segitiga yang sebangun
- menunjukkan dua segi empat yang sebangun
- menunjukkan dua segi enam beraturan yang sebangun

Contoh



Periksalah apakah trapesium $PQRS$ dan trapesium $ABCD$ sebangun?

Penyelesaian:

Perhatikan gambar trapesium $PQRS$ dan trapesium $ABCD$.

- (i) $\angle P$ bersesuaian dengan $\angle A$ dan $\angle P = \angle A$
 $\angle Q$ bersesuaian dengan $\angle B$ dan $\angle Q = \angle B$
 $\angle R$ bersesuaian dengan $\angle C$ dan $\angle R = \angle C$
 $\angle S$ bersesuaian dengan $\angle D$ dan $\angle S = \angle D$

Tokoh



Sumber: *scienceworld.wolfram.com*

George David Birkhoff (1884 - 1944) adalah seorang ahli matematika dari Amerika Serikat. Pada tahun 1901, bersama Harry Van Diver mempelajari tentang faktor prima dari $a^n - b^n$, kemudian mempublikasikan hasil kerja mereka itu.

Beliau merupakan seorang ahli matematika yang produktif menemukan dali-dalil atau teori. Ada sekitar 190 karya ilmiah yang pernah ditulisnya, salah satu di antaranya berjudul *The Restricted Problem of Three Bodies*. Pada tahun 1941, dia mengumumkan teori tentang geometri, yang berjudul *Basic Geometry*. Beliau membahas tentang ruas garis dan sudut secara sederhana. Oleh karena itulah, Birkhoff dikenal juga sebagai salah seorang ahli geometri.

Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

(ii) PQ bersesuaian dengan AB dan $\frac{PQ}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

QR bersesuaian dengan BC dan $\frac{QR}{BC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

RS bersesuaian dengan CD dan $\frac{RS}{CD} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

SP bersesuaian dengan DA dan $\frac{SP}{DA} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Perbandingan sisi-sisi yang seletak sama, yaitu:

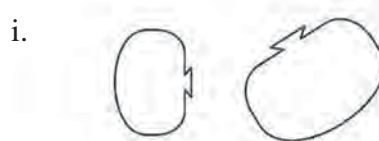
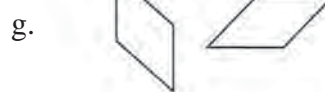
$$\frac{PQ}{AB} = \frac{QR}{BC} = \frac{RS}{CD} = \frac{SP}{DA}$$

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan perbandingan sisi-sisi yang seletak sama, maka trapesium $PQRS$ dan trapesium $ABCD$ adalah sebangun.

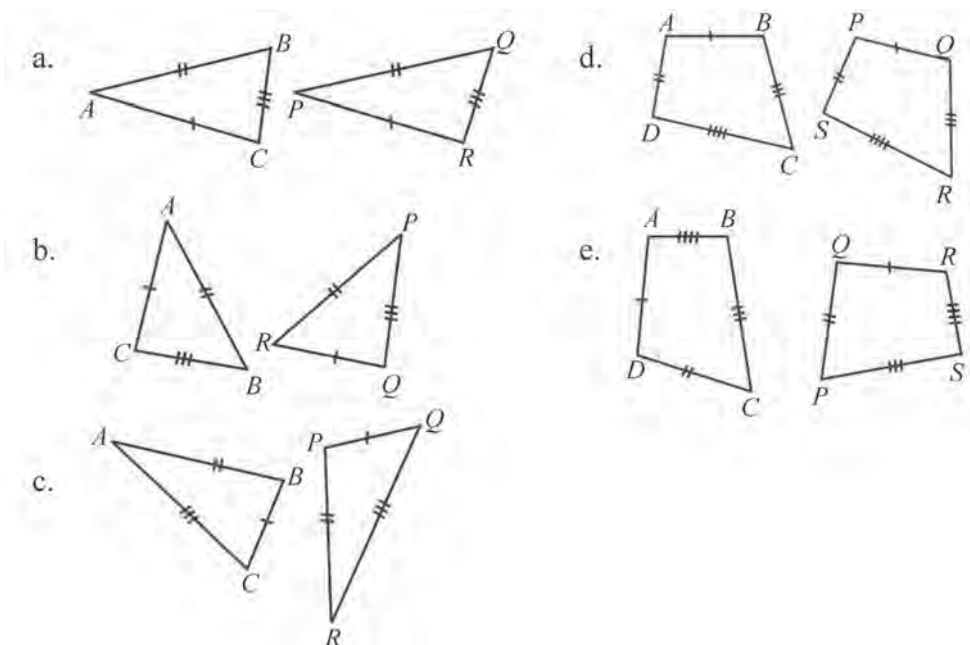
Uji Kompetensi

Kerjakanlah di buku latihan!

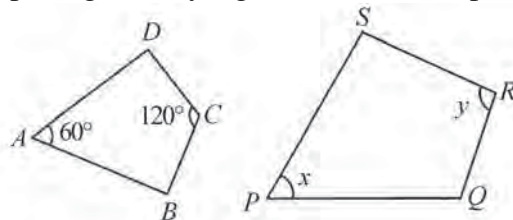
1. Dari gambar di bawah ini, manakah yang menunjukkan pasangan yang kongruen?



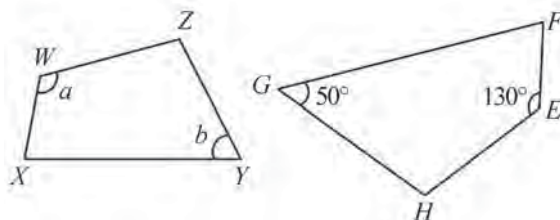
2. Tuliskanlah pasangan sudut dan pasangan sisi yang sama dari bangun datar yang kongruen di bawah ini!



3. a. $ABCD$ dan $PQRS$ adalah sebangun, tentukanlah:
- pasangan sudut yang bersesuaian
 - besar x dan y
 - pasangan sisi yang bersesuaian dan perbandingan sisinya



- b. $WXYZ$ dan $EFGH$ adalah sebangun, tentukanlah:
- pasangan sudut yang bersesuaian
 - besar a dan b
 - pasangan sisi yang bersesuaian dan perbandingan sisinya



4. Manakah di antara bangun-bangun di bawah ini yang kongruen?
- Dua buah jajaran genjang
 - Dua buah persegi panjang
 - Dua buah belah ketupat
 - Dua buah persegi
 - Dua buah layang-layang
 - Dua buah segitiga sama sisi
 - Dua buah segitiga sama kaki
 - Dua buah lingkaran
 - Dua buah segitiga sama kaki
 - Dua buah trapesium
 - Model rumah dengan yang sebenarnya
 - Gambar pulau pada peta dengan pulau sebenarnya
5. Di antara yang disebut di bawah ini, manakah yang kamu anggap sebangun dengan ubin yang berbentuk persegi berukuran $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$?
- Lapangan rumput yang berbentuk persegi yang panjang sisinya 300 m.
 - Permukaan meja belajar yang sedang kamu gunakan.
 - Lapangan olahraga yang berukuran $16\text{ m} \times 9\text{ m}$.
 - Petak kecil pada kertas berpetak yang berukuran $10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$.

2. Menghitung Panjang Sisi Dua Bangun Kongruen atau Sebangun

Dengan menggunakan syarat atau ciri dari kekongruenan, kita dapat menentukan besar sudut atau panjang sisi yang belum diketahui dari dua bangun yang kongruen. Demikian juga dengan menggunakan syarat atau ciri dari kesebangunan, bahwa perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian sama, maka kita dapat menentukan salah satu sisi atau ukuran yang belum diketahui dari dua bangun yang sebangun.

Contoh

1. Diketahui bangun $ABCD$ dan $KLMN$ adalah kongruen. Tentukanlah nilai v° , w° , x , y , dan z .

Penyelesaian:

Karena $ABCD$ dan $KLMN$ sebangun, maka:

$$\angle A = \angle L \quad AB = LM$$

$$\angle C = \angle N \quad BC = MN$$

$$\angle D = \angle K \quad CD = NK$$

$$DA = KL$$

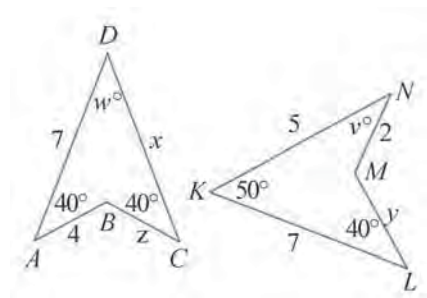
Sehingga: $w^\circ = \angle D = \angle K = 50^\circ$

$$v^\circ = \angle N = \angle C = 40^\circ$$

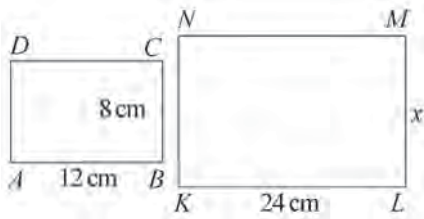
$$x = CD = NK = 5$$

$$y = LM = AB = 4$$

$$z = BC = MN = 2$$



2.



Diketahui persegi panjang $ABCD$ sebangun dengan persegi panjang $KLMN$. Jika $AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm, dan $KL = 24$ cm. Berapakah panjang LM ?
Penyelesaian:

$ABCD$ sebangun dengan $KLMN$, maka:

$$\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM} = \frac{CD}{MN} = \frac{DA}{NK}$$

Sehingga:

$$\frac{AB}{KL} = \frac{BC}{LM}$$

$$\frac{12}{24} = \frac{8}{x}$$

$$12 \cdot x = 8 \cdot 24$$

$$x = \frac{8 \cdot 24}{12} = 16 \quad \text{Jadi, panjang } LM \text{ adalah } 16 \text{ cm.}$$

3. Sebuah rumah yang panjangnya 15 m dan lebarnya 10 m akan dibuat dalam model yang sebangun dengan aslinya. Jika panjang model rumah tersebut 24 cm, tentukanlah:

- lebar rumah pada model
- skala/perbandingan antara model dengan yang sebenarnya

Penyelesaian:

a.

Gambar	Panjang	Lebar
Pada Model	24 cm	l
Sebenarnya	15 m = 1.500 cm	10 m = 1.000 cm

Sehingga: $\frac{24}{1.500} = \frac{l}{1.000} \Leftrightarrow l \times 1.500 = 24 \times 1.000$

$$l = \frac{24 \times 1.000}{1.500} = 16$$

Jadi, lebar model rumah tersebut adalah 16 cm.

b. Perbandingan/skalanya untuk:

panjang adalah $24 : 1.500 = 1 : 62,5$

lebar adalah $16 : 1.000 = 1 : 62,5$

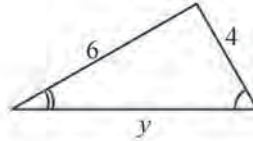
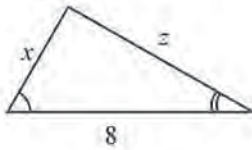
Jadi, lebar rumah pada model adalah 16 cm dan skalanya adalah $1 : 62,5$.

Uji Kompetensi

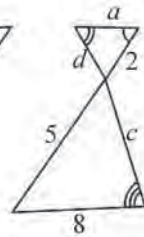
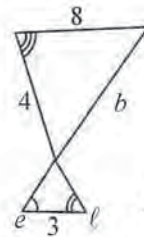
Kerjakanlah di buku latihan!

1. Pasangan bangun di bawah ini adalah kongruen. Tentukanlah panjang sisi yang belum diketahui!

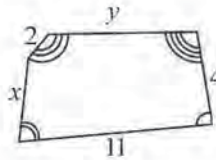
a.



c.

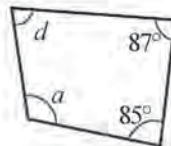
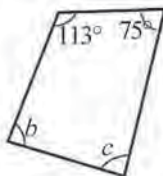


b.

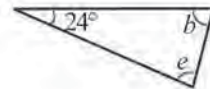
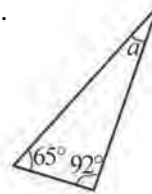


2. Pasangan bangun di bawah ini adalah kongruen. Tentukanlah besar sudut dari bangun berikut ini!

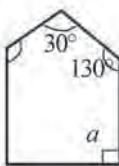
a.



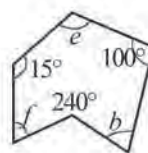
c.



b.

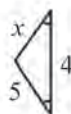
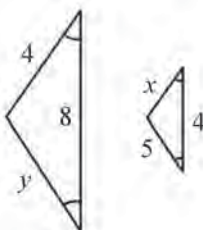


d.

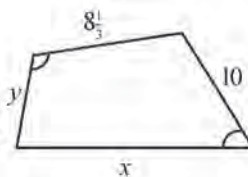
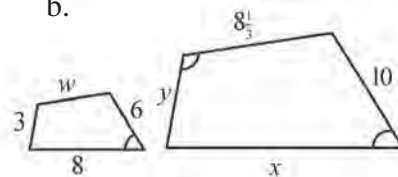


3. Pasangan bangun di bawah ini adalah sebangun. Tentukanlah panjang sisi yang belum diketahui!

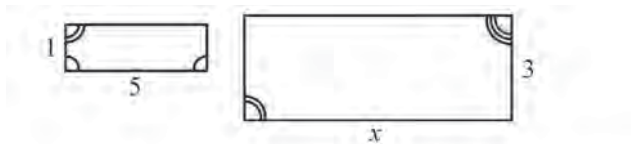
a.



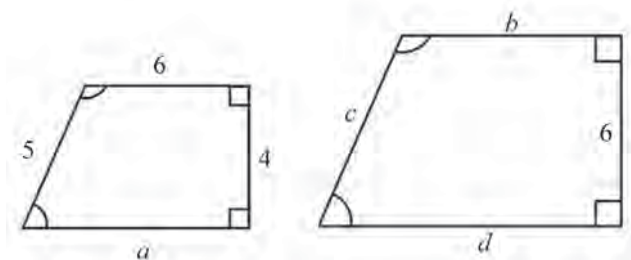
b.



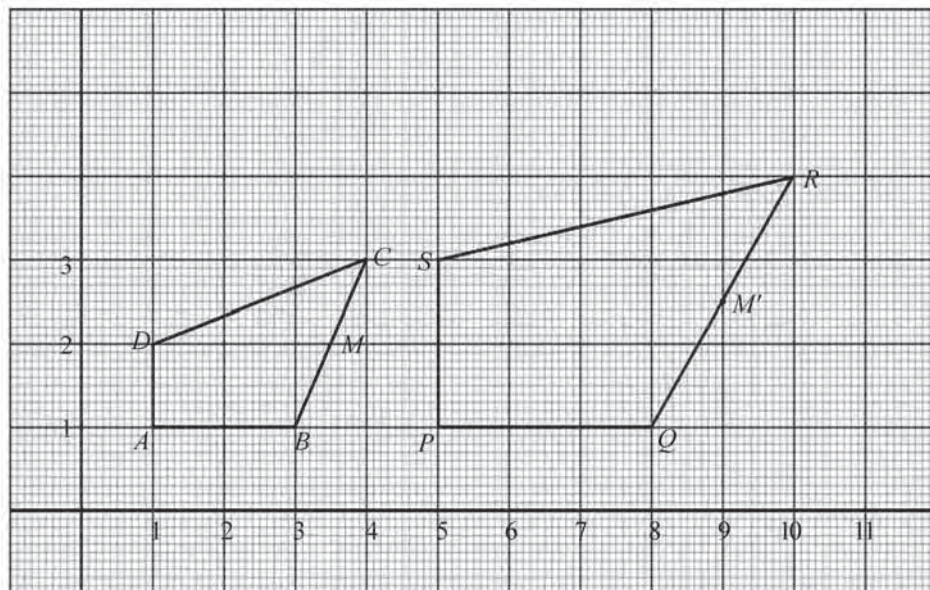
c.



d.

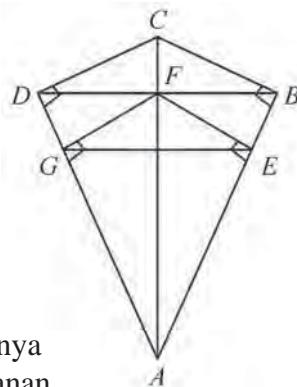


4. a. Bangun berikut adalah dua bangun yang sebangun. Tuliskanlah pasangan sisi yang bersesuaian dan perbandingan sisi-sisinya!
- b. Tentukanlah koordinat titik C , Q , R , dan S .
- c. Jika M adalah titik tengah BC dan M' adalah pasangan yang bersesuaian dengan M , tentukanlah koordinat titik M .



5. Dua batu bata yang berbentuk balok berukuran $10 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$, dan batu bata yang lain sisi terpanjangnya adalah 25 cm . Jika kedua batu bata itu sebangun, tentukanlah:
 - a. Ukuran sisi-sisi yang lain!
 - b. Perbandingan luas dan volume kedua batu bata itu!

6. a. Apakah layang-layang $ABCD$ sebangun dengan layang-layang $AEFG$? Jelaskanlah!
 b. Jika $AB = 12$ cm; $BC = 5$ cm; $AE = 10$ cm. Tentukanlah panjang: i. AC
 ii. AF
 iii. EF
 c. Hitunglah luas layang-layang $AEFG$
 d. Dari jawaban c, hitunglah panjang EG

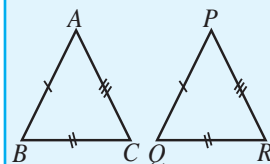


7. Sebuah foto diletakkan pada sehelai karton yang lebarnya 20 cm dan tingginya 30 cm. Di sebelah kiri, atas, dan kanan foto terdapat sisa karton yang tidak tertutup foto selebar 3 cm. Jika foto sebangun dengan karton, berapakah lebar karton di sebelah bawah yang tidak tertutup foto?
8. Sebuah batu bata berukuran $24 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$. Dalam suatu kotak mainan terdapat model batu bata yang sebangun dengan batu bata itu dan panjangnya adalah 6 cm. Hitunglah ukuran-ukuran lainnya! Tentukanlah pula perbandingan dari:
- a. Jumlah panjang semua rusuk kedua batu bata!
 b. Jumlah luas sisi kedua batu bata!
 c. Volume kedua batu bata!
9. Dua macam tangki air yang sebangun mempunyai perbandingan rusuk 2 : 3. Jika tangki kecil dapat menampung 400 liter air, hitunglah banyak air yang dapat ditampung tangki besar!
10. Sebuah rumah yang panjangnya 16 m dan lebarnya 10 m dibuat model sebangun dengan aslinya. Panjang model rumah tersebut adalah 8 cm.
- a. Hitunglah lebar rumah model!
 b. Jika tinggi jendela model 0,5 cm, hitunglah tinggi jendela rumah sebenarnya!
 c. Tentukanlah skala model rumah!
 d. Model rumah tersebut menghabiskan cat sebanyak $9,75 \text{ cm}^3$. Berapa liter cat yang diperlukan untuk mengecat rumah sebenarnya jika tebal pengecatan dianggap sama?
 e. Jika luas ruang tamu itu 12 m^2 , berapa cm^2 luas ruang tamu model?

Kata Kunci

Dua segitiga disebut kongruen, jika:

- (i) Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.
 (ii) Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.



$$AB = PQ, BC = QR,$$

$$AC = PR$$

$$\angle A = \angle P$$

$$\angle B = \angle Q$$

$$\angle C = \angle R$$

B. Kesebangunan Dua Bangun Segitiga

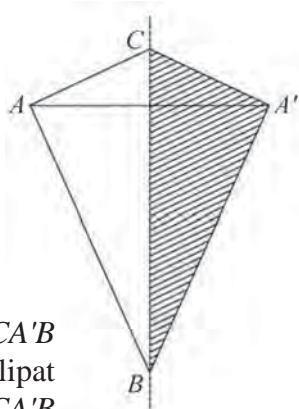
1. Dua Segitiga Kongruen

Dua segitiga dikatakan kongruen jika mempunyai bentuk yang sebangun dan besarnya sama. Perhatikanlah gambar berikut ini!

Apakah $\triangle ABC \cong \triangle A'BC$? Untuk dapat mengetahuinya, ikuti langkah berikut ini:

I. Perhatikanlah dua sisi dan sudut yang mengapitnya, yaitu:

- $AC = A'C$
- $AB = A'B$
- $\angle CAB$ mengapit sisi AC dan AB , sedangkan $\angle CA'B$ mengapit sisi $A'C$ dan $A'B$. Jika $\angle CAB$ dilipat pada sumbu CB , maka tepat akan menempati $\angle CA'B$ sehingga $\triangle CAB$ dan $\triangle CA'B$ kongruen.



II. Perhatikanlah sebuah sisi dan dua sudut yang berada pada sisi tersebut, yaitu:

- $CB = CB$ (berimpit)
- $\angle ACB = \angle A'CB$ (masing-masing sudut pada sisi BC)
- $\angle ABC = \angle A'BC$ (masing-masing sudut pada sisi BC)

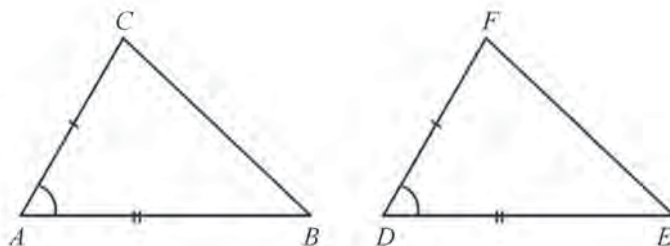
Jika pada dua segitiga berlaku seperti di atas, maka dua segitiga tersebut akan kongruen.

Dari uraian tersebut, dapat dikatakan dua buah segitiga kongruen jika mempunyai:

1. Dua sisi dan sudut yang diapitnya sama.

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (s, sd, s) dibaca (sisi, sudut, sisi) artinya dua sisi dan sebuah sudut yang diapitnya sama, karena:

- $AC = DF$
- $AB = DE$
- $\angle CAB = \angle FDE$

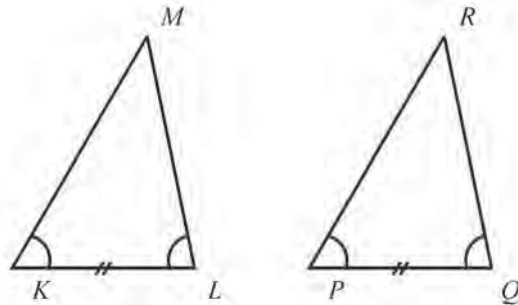


2. Sebuah sisi dan dua sudut yang berada pada sisi itu sama.

$\triangle KLM \cong \triangle PQR$ (sd, s, sd) dibaca (sudut, sisi, sudut), artinya sebuah sisi dan dua sudut pada sisi itu sama, karena:

- $KL = PQ$

- b. $\angle MKL = \angle RPQ$
 c. $\angle KLM = \angle PQR$

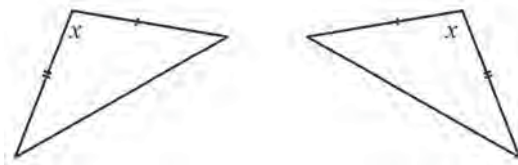


Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa dua segitiga akan kongruen jika memenuhi salah satu syarat berikut ini.

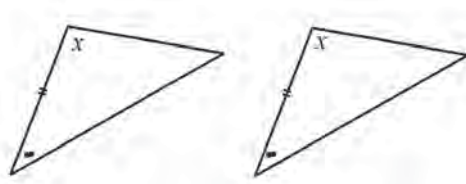
1. Ketiga sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi pada segitiga kedua (s, s, s)



2. Dua sisi pada segitiga pertama sama dengan dua sisi pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama (s, sd, s).



3. Dua sudut dalam segitiga pertama sama dengan dua sudut dalam segitiga kedua. Sisi yang menjadi salah satu kaki sudut-sudut itu sama (sd, s, sd)



Kata Kunci

Penggunaan segitiga yang kongruen banyak diperlukan dalam pembuatan kuda-kuda untuk pembangunan rumah-rumah yang seukuran. Selain itu, digunakan juga dalam pembuatan kerangka jendela.

Diskusikan

- Belajarlah dengan teman sebangku kalian, apakah dua buah segitiga sembarang akan kongruen jika
 - sisi, sisi, sudut adalah sama
 - sudut, sudut, sisi adalah sama
- Gunakanlah kedua syarat pada no.1 untuk dua segitiga siku-siku! Kesimpulan apa yang kalian dapat? Jelaskan!

Contoh

- Tentukanlah besar sudut a , b , c , dan d dari bangun $ABCD$.

Penyelesaian:

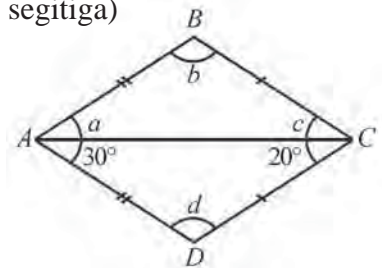
$$\angle d = 180^\circ - 20^\circ - 30^\circ \text{ (dari jumlah sudut pada segitiga)} \\ = 130^\circ$$

$$\triangle ABC \cong \triangle ADC$$

$$\text{sehingga: } \angle a = 30^\circ$$

$$\angle b = 130^\circ$$

$$\angle c = 20^\circ$$



- Buktikanlah bahwa segitiga yang terjadi dengan menghubungkan tengah-tengah sisi-sisi suatu segitiga adalah kongruen dengan segitiga-segitiga kecil yang terjadi dari segitiga semula.

Penyelesaian:

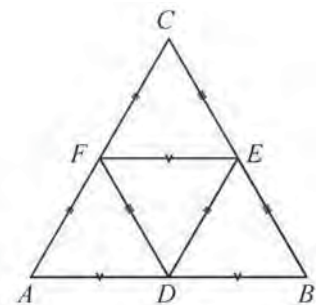
Akan dibuktikan $\triangle ADF \cong \triangle DBE \cong \triangle DEF \cong \triangle CEF$

Perhatikanlah:

$$DE = \frac{1}{2} AC = CF = AF$$

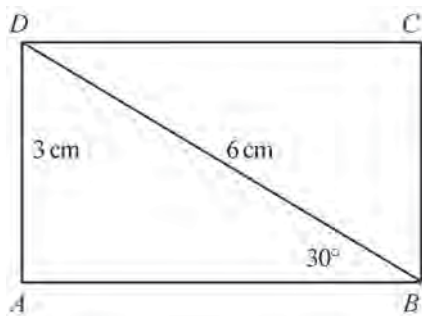
$$EF = \frac{1}{2} AB = AD = DB$$

$$FD = \frac{1}{2} BC = BE = EC$$



Karena semua sisi-sisinya sama (s, s, s), maka segitiga-segitiga tersebut kongruen.

- Persegi panjang $ABCD$ terdiri dari dua segitiga siku-siku yang kongruen. Diketahui panjang $AD = 3$ cm, $BD = 6$ cm, dan $\angle B = 30^\circ$. Tentukanlah:
 - panjang AB , BC , dan CD .
 - besar $\angle ADB$, $\angle CBD$, dan $\angle BDC$.



Info Plus

Istilah uji sisi sudut sisi (s, sd, s) untuk kekongruenan dua buah segitiga untuk beberapa negara berbeda. Di Inggris terkenal dengan istilah SAS test atau *side angle side test*. Di Jerman, istilah SWS test atau *seite winkel seite test*. Istilah di Italia disebut LAL test, di Turki KAK test. Adapun di Yunani, istilahnya adalah π , γ , π (pi-gamma-pi) test.

Sumber: *xploring Mathematics 3b, Singapore*

Penyelesaian:

- a. Karena $\triangle ABD$ merupakan segitiga siku-siku, maka panjang AB dapat dihitung dengan menggunakan rumus Pythagoras.

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$

$$AB^2 = BD^2 - AD^2$$

$$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Karena $\triangle ABD \cong \triangle ABC$, maka $AD = BC = 3$ cm dan $AB = DC = 3$ cm.

- b. Karena jumlah sudut dalam suatu segitiga adalah 180° maka besar $\angle ADB$ dapat dicari, yaitu:

$$\begin{aligned}\angle ADB &= 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) \\ &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

$$\angle ADB = \angle CBD = 60^\circ, \text{ dan } \angle ABD = \angle BDC = 30^\circ.$$

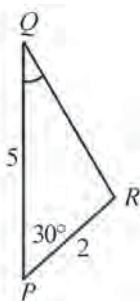
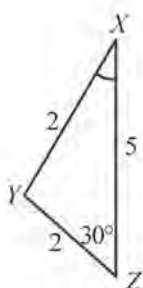
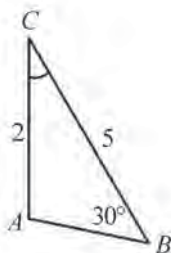
Dapatkah kamu menemukan alasan dari jawaban tersebut? Jelaskan!

Uji Kompetensi

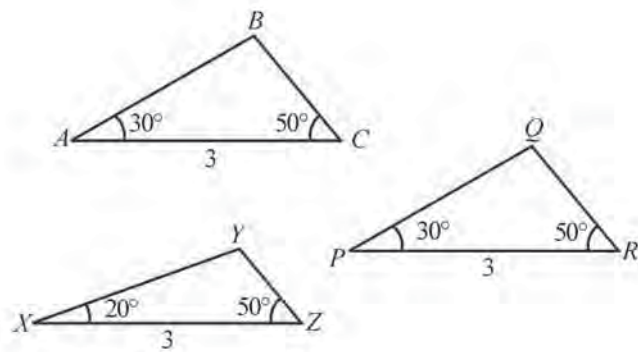
Kerjakanlah di buku latihan!

1. Sebutkanlah dua bangun yang kongruen dari tiga bangun segitiga berikut ini!

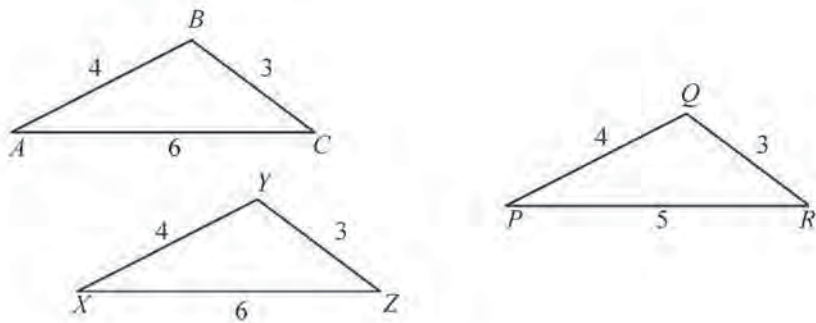
a.



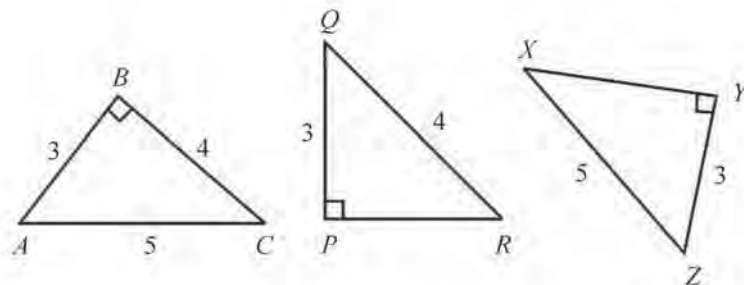
b.



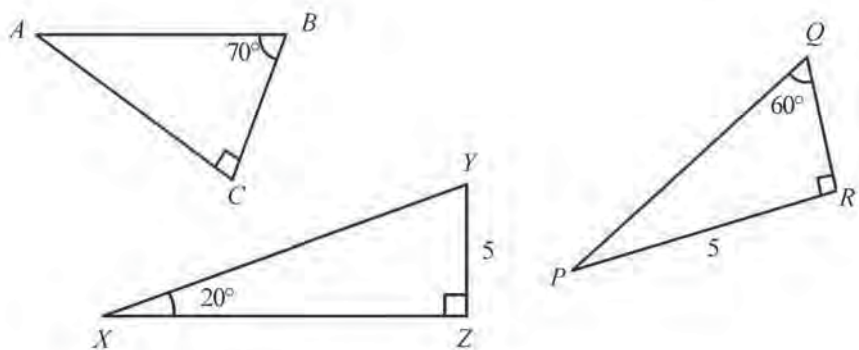
c.



d.



e.



2. Salin dan lengkapi pernyataan berikut ini!

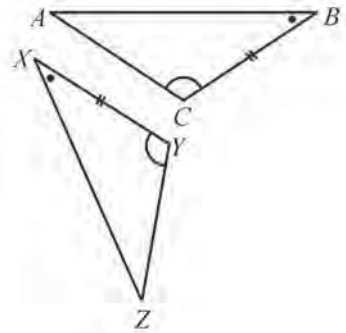
a. Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$

$$\angle A = \dots$$

$$BC = \dots$$

$$\angle C = \dots$$

$$\triangle ABC \equiv \dots \text{ karena } \dots$$



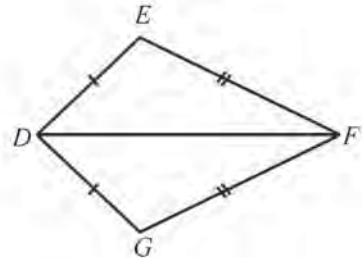
b. Perhatikanlah $\triangle DEF$ dan $\triangle DFG$.

$$DE = \dots$$

$$EF = \dots$$

$$DF = \dots \text{ (berimpit)}$$

$$\triangle DEF \equiv \dots \text{ karena } \dots$$



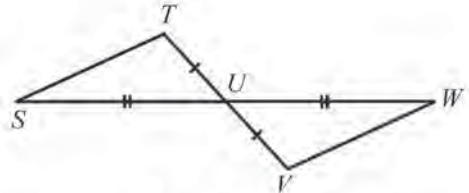
c. Perhatikanlah $\triangle STU$ dan $\triangle UVW$.

$$SU = \dots$$

$$TU = \dots$$

$$\angle SUT = \dots \text{ karena } \dots$$

$$\triangle STU \equiv \dots \text{ karena } \dots$$



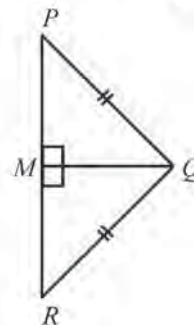
d. Perhatikanlah $\triangle MPQ$ dan $\triangle MQR$.

$$\angle PMQ = \dots \text{ karena } \dots$$

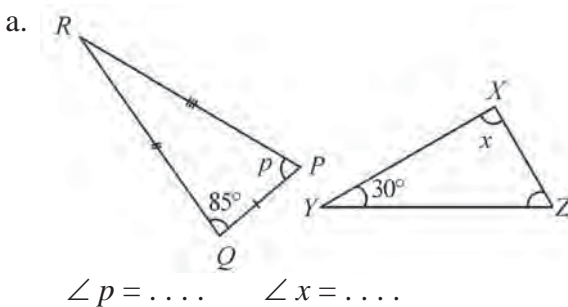
$$PQ = \dots$$

$$MQ = \dots \text{ karena } \dots$$

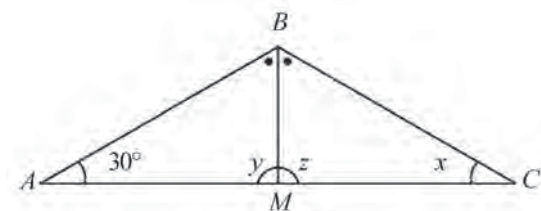
$$\triangle MPQ \equiv \dots \text{ karena } \dots$$



3. Tentukanlah besar sudut dari bangun berikut ini!

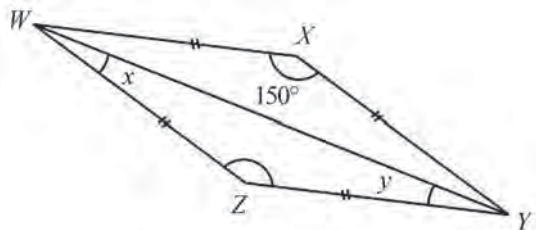


b.



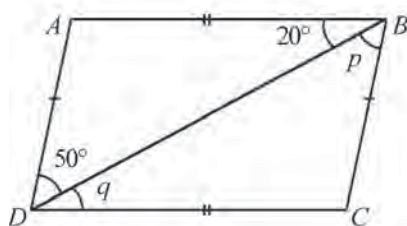
$$\angle x = \dots \quad \angle y = \dots \quad \angle z = \dots$$

c.



$$\angle x = \dots \quad \angle y = \dots$$

d.

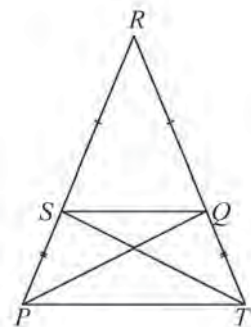


$$\angle p = \dots \quad \angle q = \dots$$

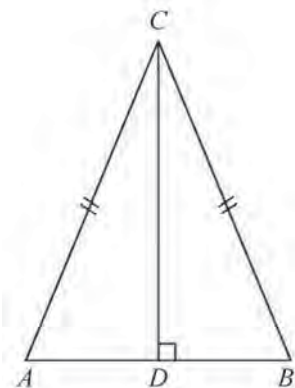
4. $\triangle PTR$ dan $\triangle SQR$ adalah segitiga sama kaki

a. Tunjukkanlah bahwa $\triangle PQR$ kongruen dengan $\triangle TSR$.

b. Sebutkanlah pasangan segitiga lain yang kongruen dari gambar tersebut!



5.



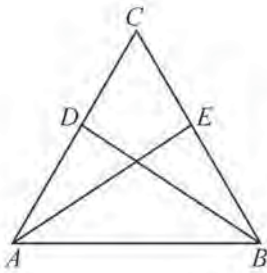
Pada gambar di samping segitiga ABC adalah segitiga sama kaki dengan $AC = BC = 17$ cm, $AB = 16$ cm, dan CD garis tinggi pada AB .

a. Buktikanlah bahwa segitiga ACD kongruen dengan segitiga BCD !

b. Hitunglah panjang AD dan CD .

c. Jika diketahui sudut $CAD = 64^\circ$, tentukanlah $\angle ACD$, $\angle CBD$, dan $\angle BCD$!

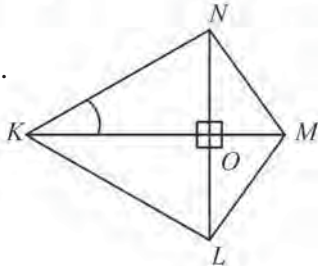
6.



Pada gambar di samping, segitiga ABC sama kaki. AE dan BD merupakan garis berat.

- Buktikanlah bahwa segitiga ABE dan segitiga ABD kongruen!
- Jika panjang $AC = 11$ cm dan $AE = 6$ cm, tentukanlah panjang AD , BE , dan BD !

7.



Berdasarkan gambar di samping, hitunglah panjang garis:

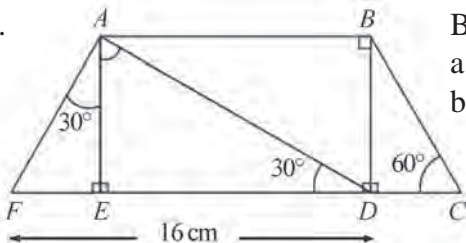
- KL dan KN
- KO
- OM
- NM dan LM

(Catatan: Ingatlah perbandingan besar sudut dan panjang sisi pada segitiga siku-siku berikut $30 : 60 : 90 = 1 : \sqrt{3} : 2$)

8. $ABCD$ adalah sebuah jajargenjang. Menggunakan sifat kongruensi, buktikanlah bahwa $\triangle ABC$ kongruen dengan $\triangle CDA$.

9. $PQRS$ adalah sebuah belah ketupat. Menggunakan sifat kongruensi, buktikanlah bahwa kedua diagonal $PQRS$ saling tegak lurus!

10.



Berdasarkan gambar di samping, hitunglah:

- AD , AE , AB , CF
- Keliling trapesium $ABCF$

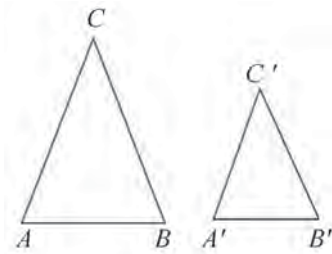
2. Dua Segitiga Sebangun

Seperti telah disebutkan sebelumnya bahwa konsep sebangun dapat digunakan untuk gambar berskala, karena dengan gambar berskala tidak akan mengubah bentuk benda tetapi hanya mengubah ukurannya.

Sekarang akan dipelajari segitiga-segitiga sebangun dengan sifat-sifat pentingnya. Lakukanlah kegiatan berikut ini!

Kegiatan

- Perhatikanlah segitiga ABC dan segitiga $A'B'C'$.



Periksalah dengan busur derajat besarnya sudut-sudut $\angle A$, $\angle A'$, $\angle B$, $\angle B'$, $\angle C$, dan $\angle C'$.

Lengkapilah tabel di bawah ini sesuai dengan keadaan gambar di atas!

Perbandingan Dua Sisi Seletak	Sudut yang Sama
$\frac{AB}{A'B'} = \dots\dots$	$\angle A = \dots\dots$
$\frac{BC}{B'C'} = \dots\dots$	$\angle B = \dots\dots$
$\frac{AC}{A'C'} = \dots\dots$	$\angle C = \dots\dots$

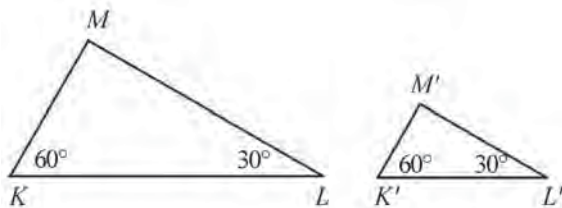
Dari kegiatan di atas dapat disimpulkan bahwa dua segitiga memiliki perbandingan sisi-sisi seletaknya . . . dan sudut-sudut seletaknya Hal ini berarti bahwa syarat agar dua segitiga sebangun adalah sisi-sisi seletaknya atau yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama atau sudut-sudut yang seletak sama.

- Perhatikanlah segitiga KLM dan segitiga $K'L'M'$.
Dengan penggaris, ukurlah sisi-sisi kedua segitiga itu secermat mungkin. Dari hasil pengukuran itu tulislah perbandingan panjang sisi:

$$\frac{KL}{K'L'} = \dots\dots$$

$$\frac{KM}{K'M'} = \dots\dots$$

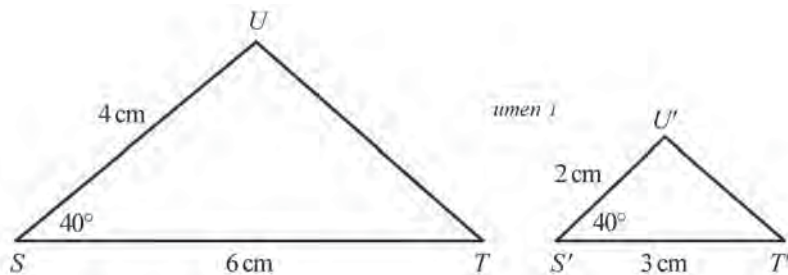
$$\frac{LM}{L'M'} = \dots\dots$$



Berapakah besar $\angle M$ dan $\angle M'$?

Dari kegiatan di atas dapat disimpulkan bahwa dua segitiga yang memiliki dua sudut yang seletak atau bersesuaian . . . segitiga tersebut akan sebangun. Hal ini berarti bahwa syarat agar dua segitiga sebangun adalah memiliki dua buah sudut yang sama besar (sd, sd).

3. Perhatikanlah segitiga STU dan segitiga $S'T'U'$.



Dengan busur derajat ukurlah besar $\angle T$, $\angle T'$, $\angle U$, dan $\angle U'$.

Dengan penggaris ukurlah panjang sisi TU dan $T'U'$.

Tulislah hasilnya seperti berikut ini!

$$\frac{ST}{S'T'} = \dots\dots$$

$$\angle S = \angle S'$$

$$\frac{TU}{T'U'} = \dots\dots$$

$$\angle T = \dots\dots$$

$$\frac{SU}{S'U'} = \dots\dots$$

$$\angle U = \dots\dots$$

Dari kegiatan di atas dapat disimpulkan bahwa dua segitiga sebangun jika memiliki satu sudut . . . , dan kedua sisi yang mengapitnya memiliki perbandingan yang . . . (s, sd, s).

Dua segitiga akan sebangun jika memenuhi salah satu syarat berikut ini.

- Sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama (s, s, s).
- Dua buah sudutnya sama besar (sd, sd).
- Kedua segitiga itu memiliki satu sudut sama besar dan kedua sisi yang mengapitnya mempunyai perbandingan yang sama (s, sd, s).

Contoh

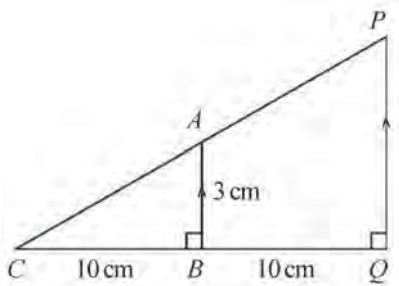
- Tentukanlah panjang PQ dari gambar di samping ini!

Penyelesaian:

Perhatikanlah $\triangle ABC$ dan $\triangle PQC$!

$\angle C = \angle C$ (berimpit)

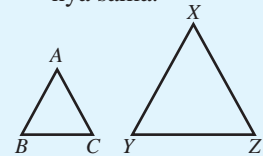
$\angle B = \angle Q = 90^\circ$



Catatan

Dua segitiga sebangun jika memenuhi:

- sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.
- sisi-sisi yang bersesuaian perbandingannya sama.



$$\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{AC}{XZ}$$

$$\angle A = \angle X$$

$$\angle B = \angle Y$$

Berdasarkan syarat (sd, sd) maka $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle PQC$, sehingga

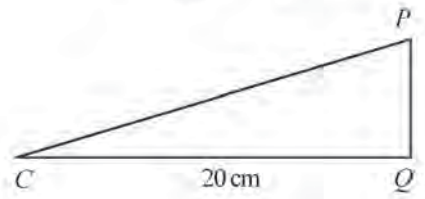
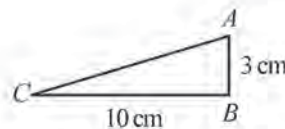
$$\frac{BC}{QC} = \frac{AB}{PQ}$$

$$\frac{10}{20} = \frac{3}{PQ}$$

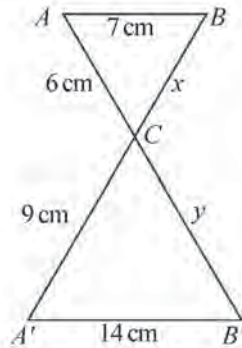
$$PQ \cdot 10 = 20 \cdot 3$$

$$PQ = \frac{60}{10} = 6$$

Jadi, panjang PQ adalah 6 cm.



2. Tentukanlah panjang x dan y dari gambar berikut ini!



Penyelesaian:

Perhatikanlah segitiga ABC dan segitiga $A'B'C$.

$\angle ACB = \angle A'CB'$ (sudut bertolak belakang)

$\angle BAC = \angle CB'A'$ (sudut berseberangan dalam)

$\angle ABC = \angle B'A'C$ (sudut berseberangan dalam)

Berdasarkan syarat (sd, sd) maka $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle A'B'C$, sehingga:

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C} = \frac{AC}{A'C}$$

$$\text{i) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{A'C}$$

$$\frac{7}{14} = \frac{x}{9}$$

$$x = \frac{7 \times 9}{14} = 4,5$$

$$\text{ii) } \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{B'C}$$

$$\frac{7}{14} = \frac{6}{y}$$

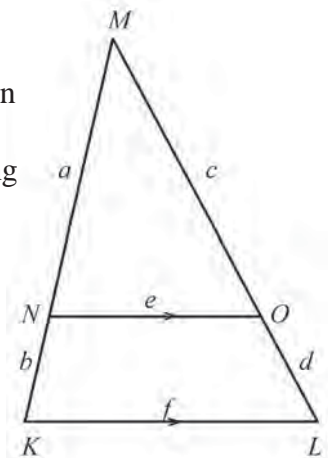
$$y = \frac{14 \times 6}{7} = 12$$

Jadi, panjang x dan y masing-masing adalah 4,5 cm dan 12 cm.

3. Pada gambar di samping $KL \parallel NO$.
- Buktikanlah bahwa $\triangle KLM$ sebangun dengan $\triangle NOM$.
 - Tulislah sisi-sisi dengan perbandingan yang sama!
 - Buktikanlah pula bahwa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Penyelesaian:

- $\angle MKL = \angle MNO$ (sehadap)
 $\angle KLM = \angle NOM$ (sehadap)
 $\angle KML = \angle NMO$ (berimpit)



Berdasarkan syarat (sd, sd) maka ΔKLM dan ΔNOM sebangun.

- b. Sisi-sisi dengan perbandingan yang sama:

$$\frac{MN}{MK} = \frac{MO}{ML} = \frac{NO}{KL} \text{ atau } \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{e}{f}$$

- c. Untuk membuktikan $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, perhatikanlah perbandingan sisi-sisi:

$$\frac{MN}{MK} = \frac{MO}{ML} \Leftrightarrow \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$a(c+d) = c(a+b) \text{ (dengan perkalian silang)}$$

$$ac + ad = ac + cb$$

$$ad = cb \text{ (kedua ruas dikurangi } ac)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ (kedua ruas dibagi } bd).$$

Hasil ini menunjukkan bahwa:

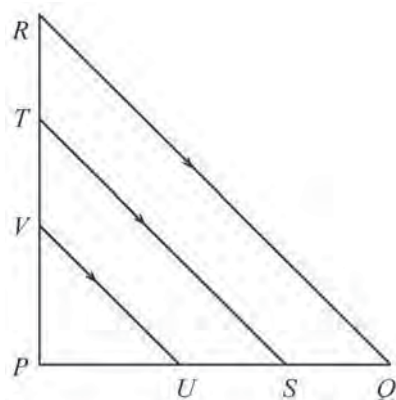
Garis yang sejajar dengan salah satu sisi segitiga akan memotong kedua sisi lain dengan perbandingan yang sama.

4. Segitiga pada gambar di samping PQR , PST , dan PUV sebangun. Panjang $PU = 2$ cm, $PS = 4$ cm, dan $PQ = 6$ cm. Tentukanlah perbandingan ruas garis:

a. $\frac{PU}{PS}$ dan $\frac{PU}{PQ}$

b. $\frac{PV}{PT}$ dan $\frac{PT}{PR}$

c. $\frac{UV}{QR}$ dan $\frac{ST}{QR}$



Penyelesaian:

a. $\frac{PU}{PS} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ dan $\frac{PU}{PQ} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b. $\frac{PV}{PT} = \frac{PU}{PS} = \frac{1}{2}$ dan $\frac{PT}{PR} = \frac{PS}{PQ} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

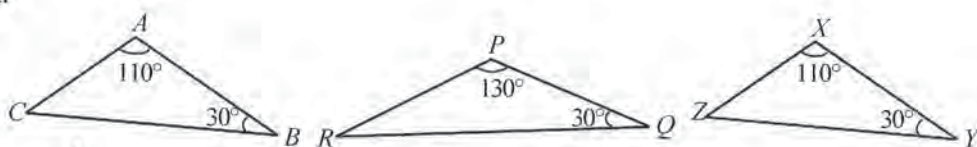
c. $\frac{UV}{QR} = \frac{PU}{PQ} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ dan $\frac{ST}{QR} = \frac{PS}{PQ} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Uji Kompetensi

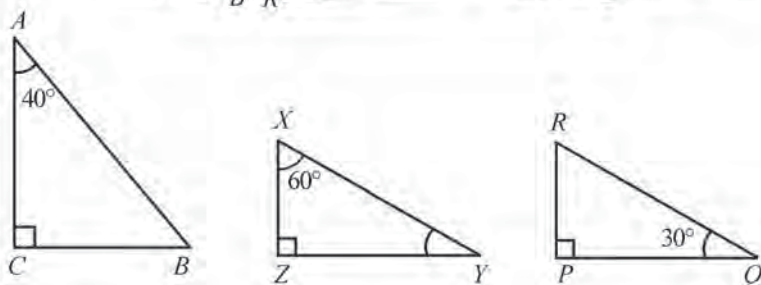
Kerjakanlah di buku latihan!

1. Sebutkanlah dua bangun yang sebangun dari tiga bangun segitiga berikut ini!

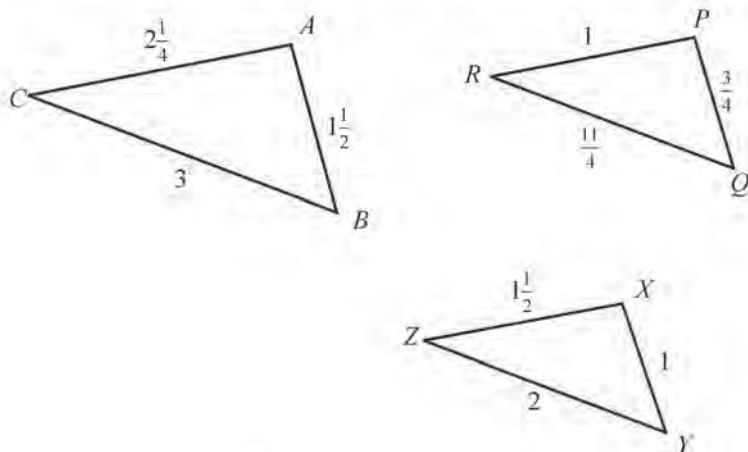
a.



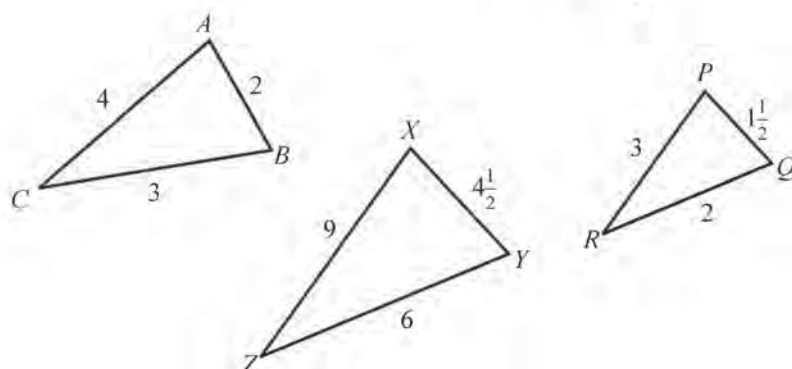
b.



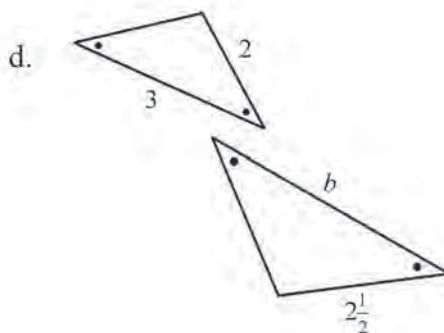
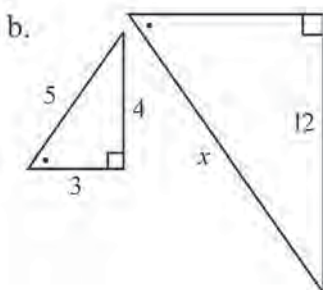
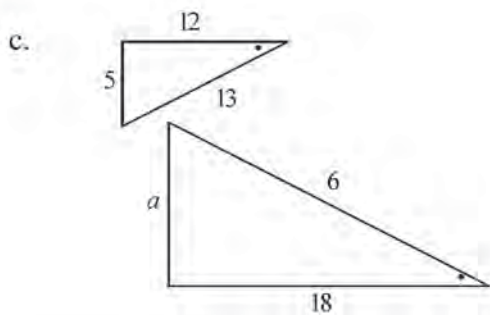
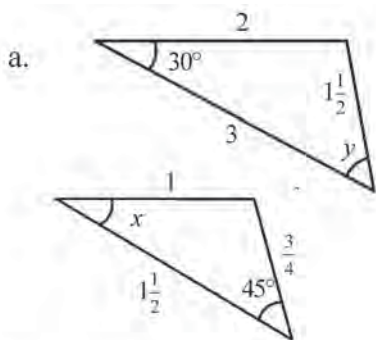
c.



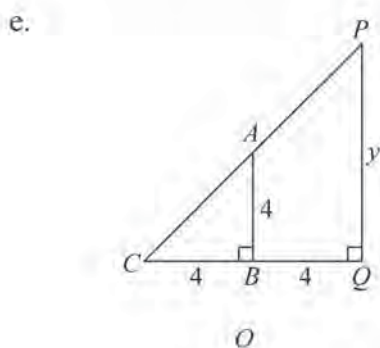
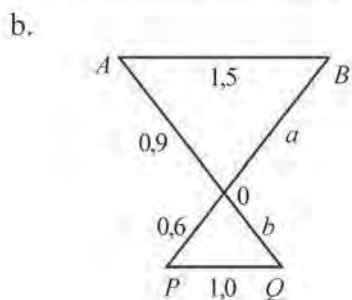
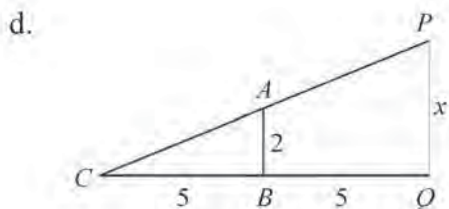
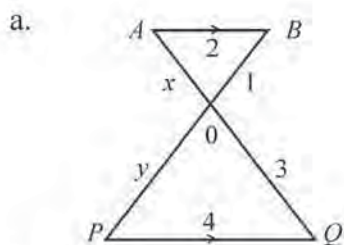
d.



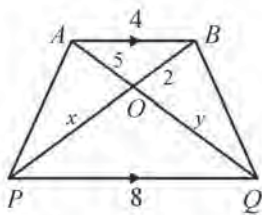
2. Tentukanlah nilai x , y , a , dan b dari segitiga sebangun berikut ini!



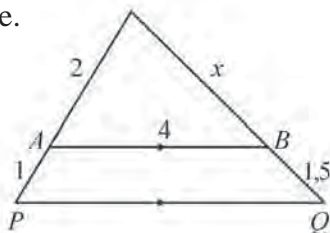
3. Tentukanlah nilai a , b , x , atau y dari bangun-bangun berikut ini!



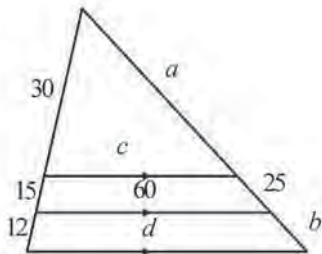
c.



e.

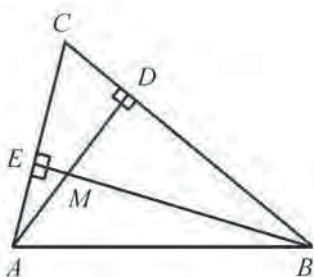


4.



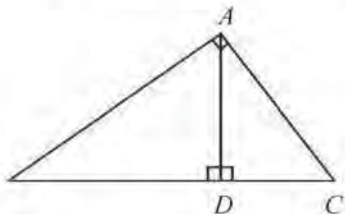
Hitunglah nilai a , b , c , dan d pada gambar di samping ini! Satuannya adalah cm.

5.



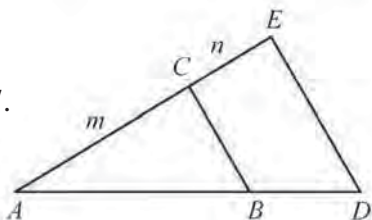
- Buktikanlah bahwa $\triangle ADC$ dan $\triangle BEC$ sebangun!
- Jika diketahui $AC = 14$ cm, $CD = 4$ cm, $CE = 6$ cm, hitunglah panjang BC .
- Buktikanlah bahwa: $\triangle AEM$ dan $\triangle BDM$ sebangun. $\triangle ADC$ dan $\triangle AEM$ sebangun. $\triangle BEC$ dan $\triangle BDM$ sebangun!

6.



- Pada gambar di samping ini, $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$ sebangun. Coba buktikanlah!
- Jika diketahui $BD = 9$ cm dan $DC = 4$ cm, pakailah $\triangle DBA$ dan $\triangle DAC$ untuk menghitung panjang AD .

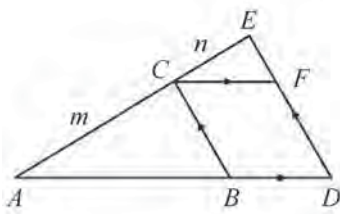
7.



Jika $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} = \frac{m}{n}$, buktikanlah bahwa:

- $\frac{AD}{AB} = 1 + \frac{n}{m}$
- $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$

8.



Jika $\frac{EF}{FD} = \frac{EC}{CA} = \frac{n}{m}$, buktikanlah bahwa:

a. $\frac{ED}{FD} = \frac{n}{m} + 1$

b. $\frac{ED}{CB} = \frac{AE}{AC}$

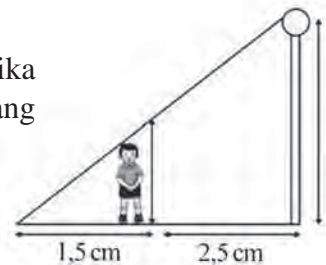
C. Penerapan Konsep Kesebangunan

Di kelas VII, kalian telah belajar tentang skala atau perbandingan. Penerapan konsep tersebut dapat kalian lihat di sekeliling kalian. Misalnya apabila kita menggunakan peta untuk mengetahui jarak sebenarnya antara kota. Sebenarnya, pada pelajaran terdahulu pembahasan ini sudah disinggung. Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut!

Perhatikanlah gambar di samping ini!

Tinggi badan Habib adalah 1,2 m.

Dia berdiri sejauh 2,5 m dari sebuah tiang lampu. Jika bayangan Habib panjangnya 1,5 m berapakah tinggi tiang lampu tersebut?



Penyelesaian:

Dari gambar tersebut, diperoleh segitiga berikut ini.

Perhatikan $\triangle SGR$ dan $\triangle SLT$.

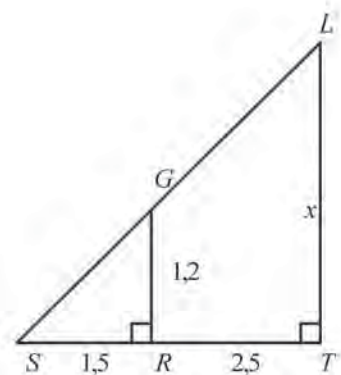
$\triangle SGR$ dan $\triangle SLT$ sebangun sehingga:

$$\frac{SR}{ST} = \frac{GR}{LT}$$

$$\frac{1,5}{1,5 + 2,5} = \frac{1,2}{LT}$$

$$\frac{1,5}{4} = \frac{1,2}{LT}$$

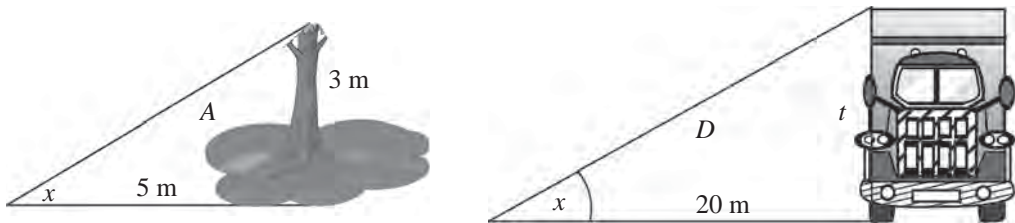
$$LT = \frac{1,2 \times 4}{1,5} = \frac{4,8}{1,5} = 3,2$$



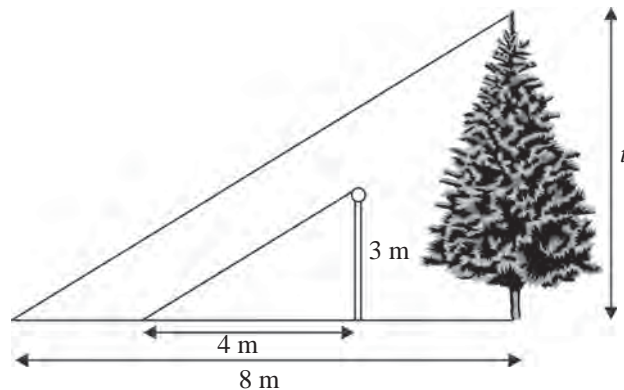
Jadi, tinggi tiang lampu adalah 3,2 m.

Kerjakan di buku latihan!

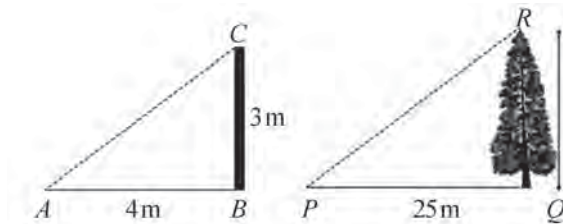
1. Perhatikan gambar berikut ini! Hitunglah tinggi truk tersebut!



2. Sebuah menara mempunyai bayangan di atas tanah yang datar 50 meter. Sementara itu, sebuah tongkat tingginya 80 cm dan panjang bayangannya 60 cm. Hitunglah tinggi menara tersebut!
3. Sebatang pohon membentuk sebuah bayangan yang panjangnya 8 m. Sementara itu, tiang yang panjangnya 3 m membentuk bayangan sepanjang 4 m. Berapa tinggi batang pohon itu?



- 4.



Sebuah pohon berdiri tegak mempunyai bayangan 25 m di atas tanah horizontal, sedangkan tiang yang tingginya 3 m mempunyai bayangan 4 m pada saat yang sama. Tentukanlah tinggi pohon tersebut! (Gunakanlah konsep sebangun pada segitiga).

5. Sebuah menara mempunyai bayangan di atas tanah yang datar sepanjang 48 meter, sedangkan sebuah tongkat yang tingginya 80 cm, panjang bayangannya 60 cm. Hitunglah tinggi menara tersebut!

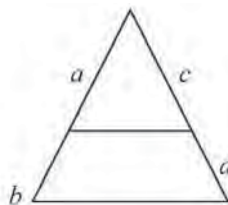
Rangkuman

- Dua bangun yang bentuk dan ukurannya sama dinamakan dua bangun yang kongruen.
- Dua bangun datar yang sebangun (selain lingkaran) selalu memiliki ciri-ciri sebagai berikut:
 - a. sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian adalah sebanding, artinya perbandingan panjang sisi-sisi itu sama,
 - b. sudut-sudut yang seletak atau bersesuaian adalah sama besar.
- Dua segitiga akan kongruen jika memenuhi salah satu syarat berikut ini.
 - a. Ketiga sisi pada segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi pada segitiga kedua (s, s, s)
 - b. Dua sisi pada segitiga pertama sama dengan dua sisi pada segitiga kedua, dan kedua sudut apitnya sama (s, sd, s)
 - c. Dua sudut dalam segitiga pertama sama dengan dua sudut dalam segitiga kedua. Sisi yang menjadi salah satu kaki sudut-sudut itu sama (sd, s, sd).
- Dua segitiga akan sebangun jika memenuhi salah satu syarat berikut ini.
 - a. Sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama (s,s, s).
 - b. Dua buah sudutnya sama besar (sd, sd).
 - c. Kedua segitiga itu memiliki satu sudut sama besar dan kedua sisi yang mengapitnya mempunyai perbandingan yang sama (s, sd, s).

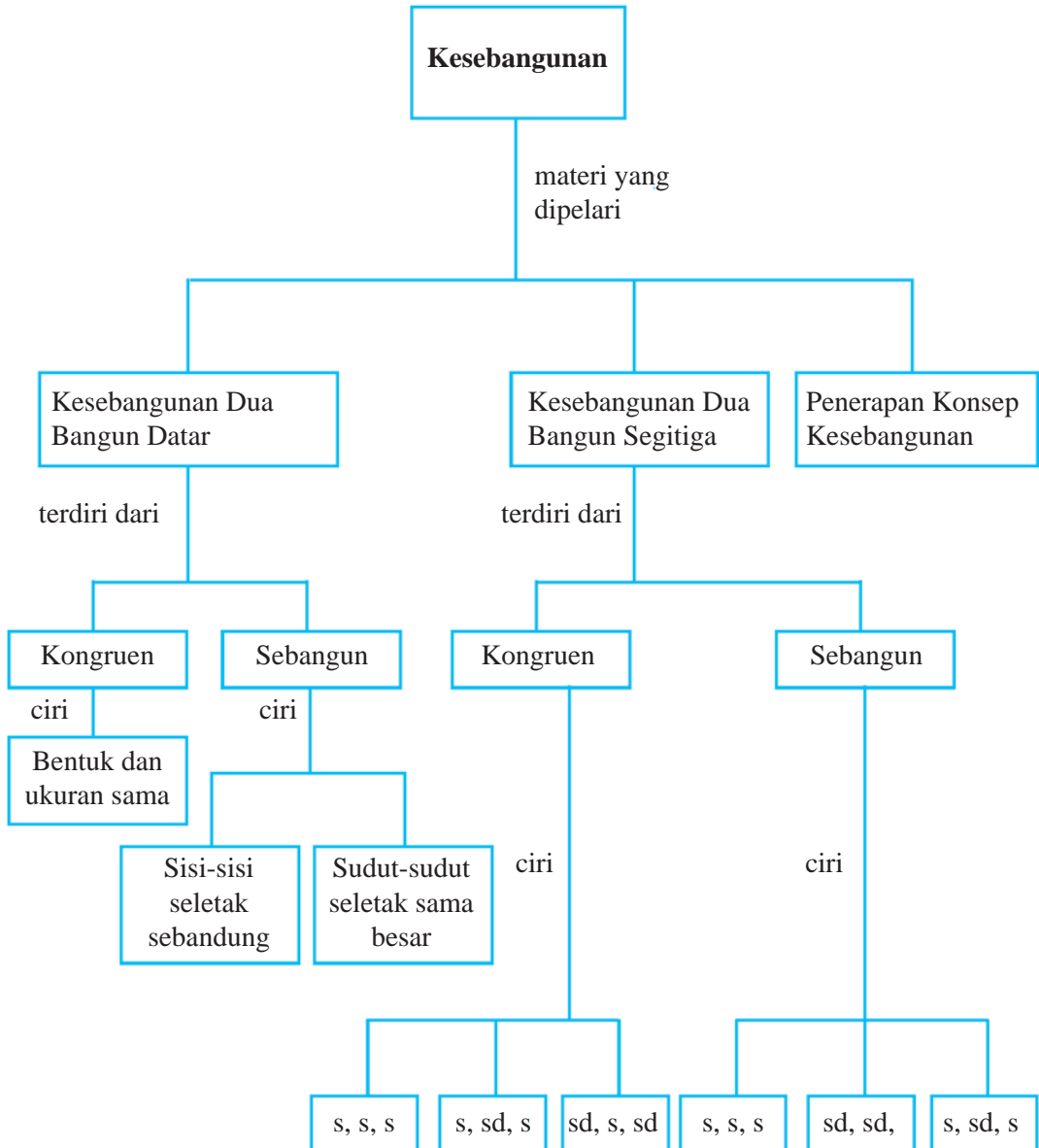
Refleksi

Berdasarkan materi yang sudah kamu pelajari, selesaikanlah persoalan berikut ini!

1. Apakah dua segitiga yang sebangun sudah pasti kongruen? Sebaliknya, apakah dua segitiga yang kongruen sudah pasti sebangun? Jelaskanlah!
2. Bagaimana cara kamu membagi segitiga sama sisi menjadi 2, 3 m dan 4 bagian segitiga yang kongruen? Buktikanlah kebenaran jawabanmu, kemudian gambarkan!
3. Buktikanlah kembali bahwa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



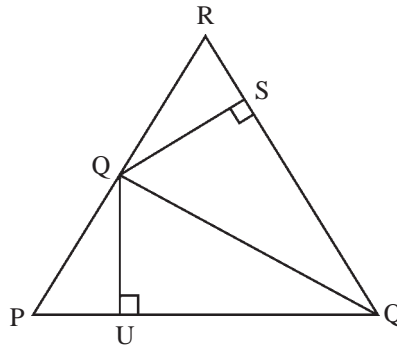
Peta Konsep



Uji Kompetensi Akhir Bab 1

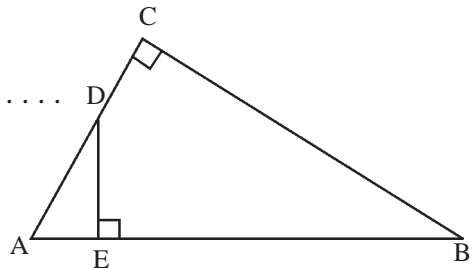
A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Sebuah foto diletakkan pada selembar karton berukuran $30 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$. Di sebelah atas, kiri, dan kanan foto masih terdapat karton selebar 3 cm. Jika foto sebangun dengan karton maka lebar karton bagian bawah yang tidak tertutup foto sebesar
 A. 3 cm
 B. 5 cm
 C. 7 cm
 D. 19 cm
- Segitiga ABC siku-siku di B kongruen dengan segitiga PQR siku-siku di P. Jika panjang $BC = 8 \text{ cm}$ dan $QR = 10 \text{ cm}$ maka luas segitiga PQR adalah
 A. 24 cm^2
 B. 40 cm^2
 C. 48 cm^2
 D. 80 cm^2
- Perhatikan gambar berikut ini!

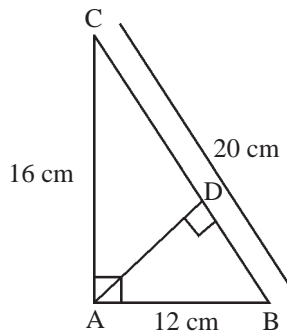


Pada segitiga PQR, QT adalah garis bagi sudut Q, $ST \perp RQ$, dan $TU \perp PQ$. Segitiga yang kongruen adalah

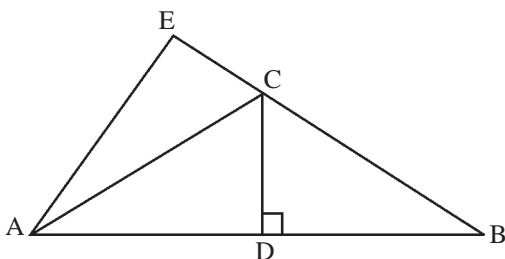
- A. $\triangle PTU$ dan $\triangle RTS$
 B. $\triangle QUT$ dan $\triangle PTU$
 C. $\triangle QTS$ dan $\triangle RTS$
 D. $\triangle TUQ$ dan $\triangle TSQ$
- Tinggi sebuah tiang besi 1,5 m mempunyai panjang bayangan 1 m mempunyai panjang bayangan 1 m. Pada saat yang sama, panjang bayangan tiang bendera 6 m. Tinggi tiang bendera tersebut adalah
 A. 10 m
 B. 9 m
 C. 6 m
 D. 4 m
- Pada gambar di samping, $AC = 15 \text{ cm}$, $AE = 6 \text{ cm}$, dan $DE = 8 \text{ cm}$. Panjang BC dan AB berturut-turut adalah
 A. 25 cm dan 20 cm
 B. 20 cm dan 25 cm
 C. 15 cm dan 20 cm
 D. 15 cm dan 25 cm



6. Perhatikan gambar segitiga ABC di samping!
 Panjang AD adalah
- 8,8 cm
 - 9,6 cm
 - 15,0
 - 16,0



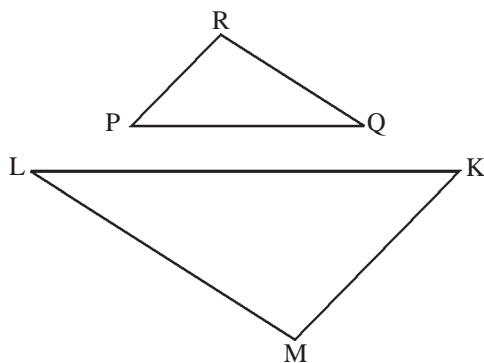
7.



Diketahui segitiga ABE.

$AB = 10$ cm, $AE = 6$ cm, $EC = 3$ cm, dan $BE = 8$ cm. Panjang DC adalah

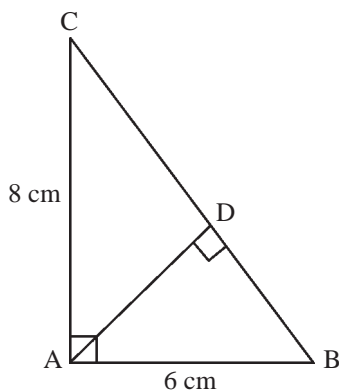
- 2,4 cm
 - 3,0 cm
 - 4,0 cm
 - 4,2 cm
8. Sebuah foto berukuran $12 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ diletakkan pada sebuah karton. Pada bagian atas, kiri, dan kanan foto masih terdapat sisa karton selebar 2 cm. Jika foto dan karton sebangun maka luas karton adalah
- 180 cm^2
 - 210 cm^2
 - 268 cm^2
 - 320 cm^2
9. Perhatikan gambar di bawah ini!



Segitiga PQR sebangun dengan segitiga KLM. Bila diketahui panjang $PQ = 24$ cm, $QR = 22$ cm, $KL = 36$ cm, $LM = 33$ cm, dan $KM = 21$ cm maka panjang sisi PR adalah

- 12 cm
- 14 cm
- 31,5 cm
- 33,5 cm

10.

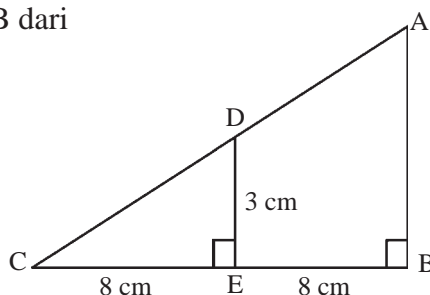


Panjang AD pada gambar di atas adalah . . .

- | | |
|-----------|----------|
| A. 4,8 cm | C. 10 cm |
| B. 5 cm | D. 48 cm |

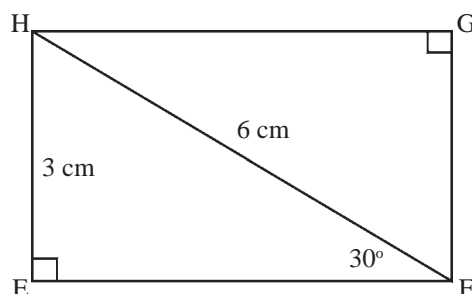
B. Selesaikanlah soal-soal berikut ini!

- Sebuah persegi panjang memiliki panjang 8 cm dan lebar 6 cm. Persegi panjang kedua sebangun dengan persegi panjang pertama dengan panjang x cm dan lebar 3 cm. Hitunglah panjang persegi panjang kedua tersebut!
- Di antara sisi-sisi segitiga di bawah ini, manakah yang menghasilkan segitiga sebangun dengan segitiga yang pasangan sisinya 5 cm, 12 cm, dan 13 cm?
- Tentukanlah panjang AB dari gambar di samping ini!



- Persegi panjang EFGH terdiri atas dua segitiga siku-siku yang kongruen. Diketahui $EH = 3$ cm, $FH = 6$ cm, dan $\angle EFH = 30^\circ$. Tentukan:

- panjang \overline{EH} , \overline{EG} , dan \overline{GH}
- besar $\angle EHF$, $\angle GFH$, dan $\angle GHF$



5. Sebuah foto ditempelkan pada selembar karton yang berukuran $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$. Di sebelah atas, kiri, dan kanan foto masih terdapat sisa karton yang lebarnya 2 cm. Jika karton dan foto tersebut sebangun maka berapakah lebar karton di sebelah bawah foto?

* * *

BAB

2

Bangun Ruang Sisi Lengkung

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang sifat-sifat tabung, kerucut, dan bola serta menentukan ukurannya. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- menyebutkan unsur jari-jari/diameter, tinggi, sisi, alas dari tabung dan kerucut;
- melukis jaring-jaring tabung, kerucut dan bola;
- menghitung luas selimut tabung, kerucut, dan bola;
- menghitung volume tabung, kerucut, dan bola;
- menghitung unsur-unsur BRSK jika volume BRSK diketahui;
- menghitung perbandingan volume tabung, kerucut, dan bola karena perubahan ukuran jari-jari;
- menghitung besar perubahan volume tabung, kerucut, dan bola jika jari-jari berubah.



Sumber: Katalog Kalender 2005

Pada sebuah kubah masjid berbentuk setengah bola dengan panjang diameternya 25 meter. Jika permukaan kubah bagian luar akan dicat ulang dan setiap meter persegi (m^2) memerlukan dana Rp50.000,00, berapakah biaya yang dibutuhkan untuk pengecatan kubah tersebut? Tentunya dengan menggunakan rumus-rumus tertentu pada sebuah bola maka akan mempermudah kita menghitung berapakah biaya yang dibutuhkan pada pengecatan kubah tersebut.

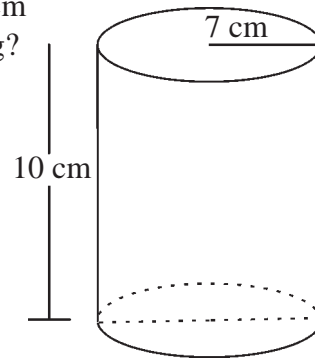
Materi Prasyarat

Untuk memudahkanmu mempelajari materi pada bab ini, coba ingat kembali tentang cara mencari volume tabung yang telah dipelajari di kelas VI SD. Selain itu, kamu juga harus mengingat kembali tentang keliling dan luas lingkaran. Materi pada bab ini merupakan kelanjutan dari materi tentang sifat-sifat bangun ruang yang telah dipelajari di kelas VIII.

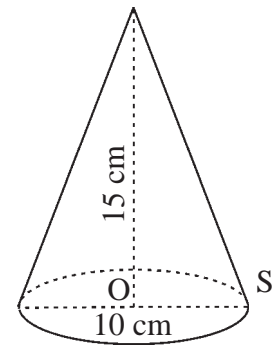
Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

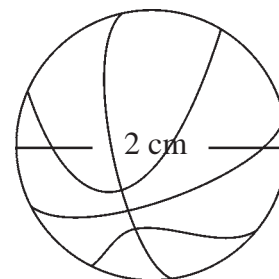
1. Suatu tabung mempunyai jari-jari tutup tabung 7 cm dan tinggi tabung 10 cm. Berapakah luas sisi tabung?



2. Suatu kerucut berdiameter 10 cm dan memiliki tinggi 15 cm seperti pada gambar di samping ini. Berapakah luas sisi kerucut tersebut?

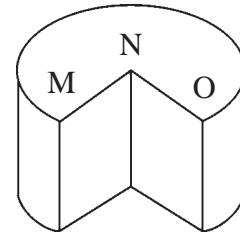


3. Sebuah bola yang berdiameter 12 cm. Jika $p = \frac{22}{7}$ maka berapakah luas dan volum bola tersebut?



4. Sebuah cetakan kue berbentuk

tabung dengan jari-jari 14 cm dan tinggi 10 cm. Model cetakan diperbarui seperti tampak pada gambar dengan membuang $\frac{1}{5}$ bagian. Tentukan volume dari model cetakan tersebut!



Perhatikan gambar-gambar berikut ini!



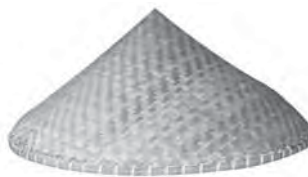
Keleng minuman



Payung



Es krim



Topi petani



Cangkir



Bola

Kata Kunci

- Alas
- Bola
- Diameter
- Jari-jari
- Jaring-jaring
- Kerucut
- Luas
- Selimut
- Sisi
- Tabung
- Tinggi
- Volume

Sumber: Clip Art dan Dokumen Penerbit

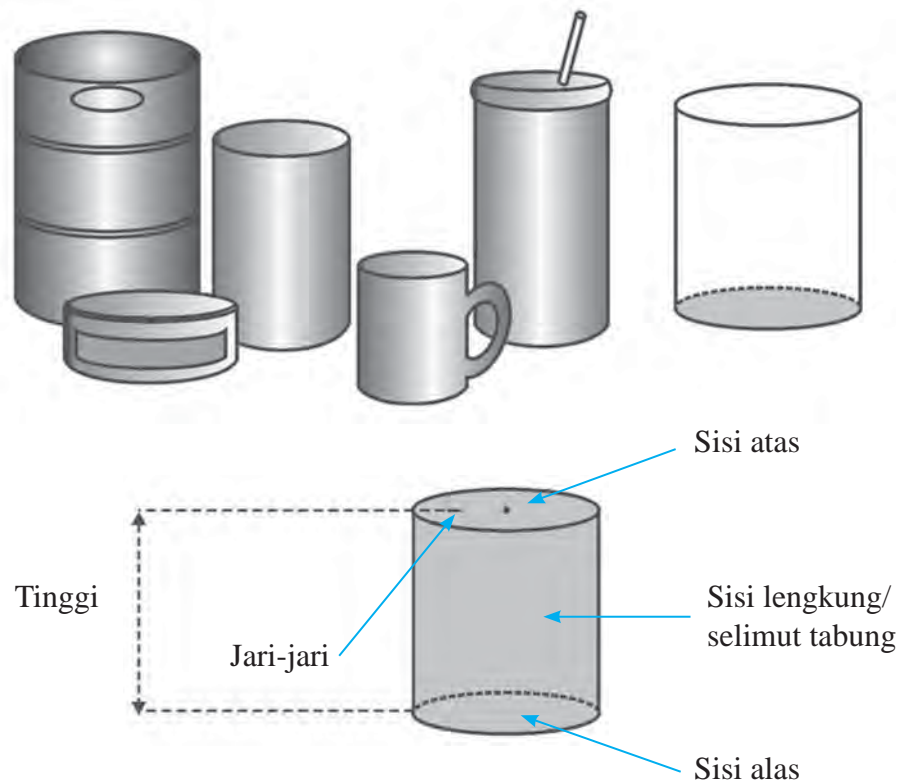
Semua benda-benda di atas tersebut mempunyai sisi lengkung.

A. Unsur-Unsur pada Tabung, Kerucut, dan Bola

1. Tabung

a. Mengenal Tabung

Perhatikan gambar berikut ini

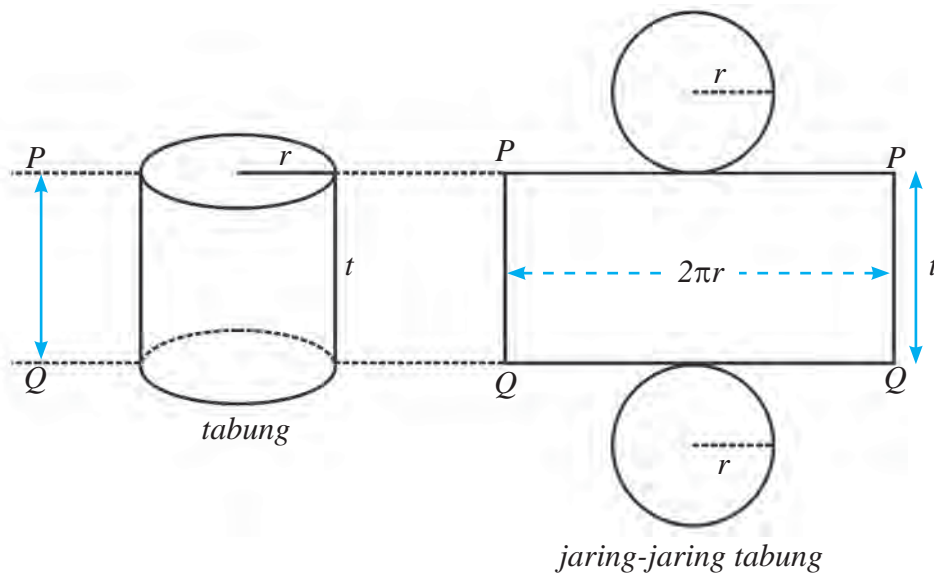


Gambar di atas adalah beberapa contoh benda-benda yang ada di sekitar kita yang berbentuk tabung. Tabung adalah suatu bangun yang dibatasi oleh dua bidang sisi yang sejajar dan kongruen berbentuk lingkaran serta bidang sisi tegak berbentuk selongsong yang disebut selubung.

Unsur-Unsur tabung terlihat pada gambar di samping ini!

a. Jaring-Jaring Tabung

Jaring-jaring tabung adalah bangun datar yang dapat dibentuk menjadi tabung. Jika sebuah tabung dibuka, bagian alas, atas dan selubung dipisahkan maka akan tampak seperti pada gambar berikut.



Jaring-jaring tabung tersebut terdiri dari persegi panjang dengan ukuran $t \times 2\pi r$ dan dua lingkaran dengan jari-jari r .

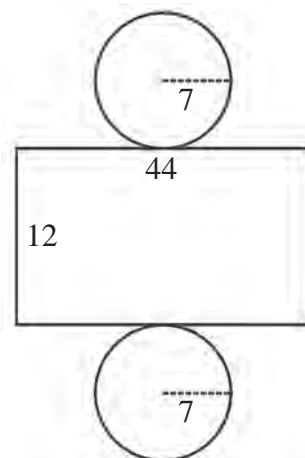
Contoh

Lukislah jaring-jaring tabung yang tingginya 12 cm dan jari-jari alasnya 7 cm.

Penyelesaian:

Langkah-langkahnya:

1. Lukislah persegi panjang dengan ukuran 12×44 cm.
2. Kemudian, lukislah dua lingkaran atas dan alas yang berjari-jari 7 cm!



Tugas

Buatlah jaring-jaring tabung sesuai ukuran berikut!

No.	Jari-Jari	Tinggi
1.	3 cm	5 cm
2.	5 cm	8 cm
3.	6 cm	10 cm

2. Kerucut

a. Mengenal Kerucut

Perhatikanlah gambar di bawah ini!



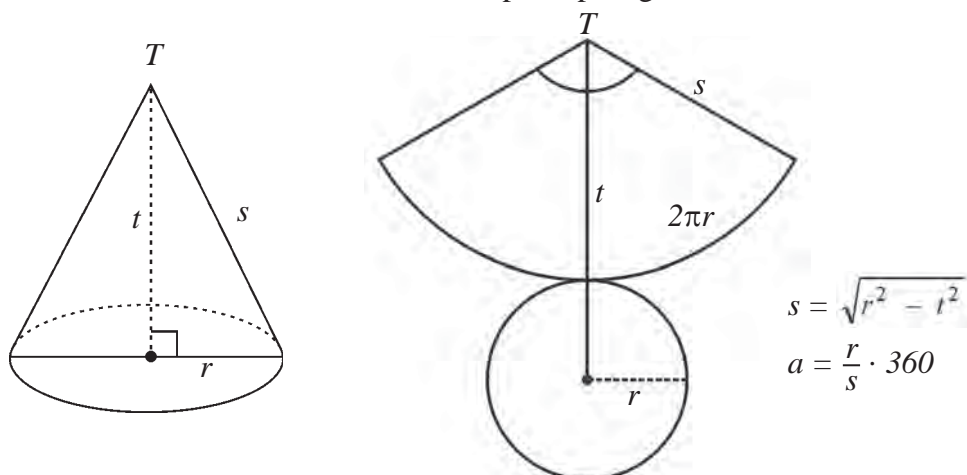
Gambar tersebut merupakan beberapa contoh bangun ruang kerucut. Kerucut adalah suatu bangun ruang yang dibatasi oleh bidang sisi alas yang berbentuk lingkaran dan bidang sisi lain yang disebut selimut kerucut.

Unsur-unsur kerucut tampak pada gambar berikut ini.



b. Jaring-jaring Kerucut

Jaring-jaring kerucut adalah bidang datar yang dapat dibentuk menjadi kerucut. Jika sebuah kerucut dibuka maka akan tampak seperti gambar di bawah ini.



Jaring-jaring kerucut terdiri dari sebuah jaring lingkaran dengan jari-jari s (s disebut garis pelukis), sudut pusat $\frac{r}{s} \cdot 360^\circ$, dan sebuah lingkaran dengan jari-jari r .

Contoh

Lukislah jaring-jaring kerucut yang tingginya 4 cm dan jari-jari alas 3 cm.

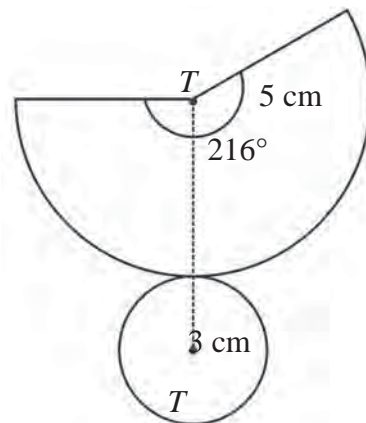
Penyelesaian:

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{r^2 + t^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sudut pusat} &= \frac{r}{s} \cdot 360^\circ \\ &= \frac{3}{5} \cdot 360^\circ \\ &= 216^\circ \end{aligned}$$

Langkah-langkahnya:

1. Lukislah juring lingkaran dengan jari-jari $s = 5$ cm, sudut pusat 216° dan titik pusat T .
2. Kemudian, lukislah lingkaran dengan jari-jari 3 cm dan menyinggung busur pada juring tadi!



Tugas

Buatlah jaring-jaring tabung sesuai ukuran berikut!

	r_a	t
1.	3 cm	5 cm
2.	5 cm	10 cm
3.	6 cm	15 cm

3. Bola

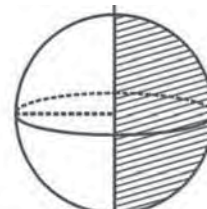
Perhatikanlah gambar di bawah ini!



a



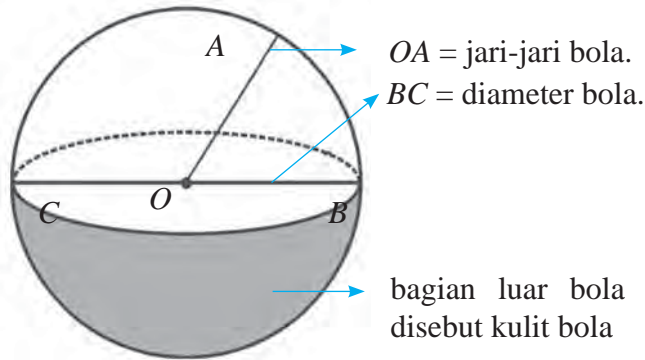
b



c

Bumi yang kita tempati, kelereng, dan bola voli adalah bangun-bangun ruang yang berbentuk bola. Bola adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang lengkung. Bola juga disebut sebagai bangun ruang hasil putaran setengah lingkaran seperti tampak pada gambar tersebut.

Unsur-unsur bola, terlihat pada gambar di bawah ini.



Info Plus

Setengah dari bola disebut hemisfer. Hemisfer terbentuk apabila sebuah bola dipotong menjadi dua bagian dan potongan itu melewati pusat bola tersebut.

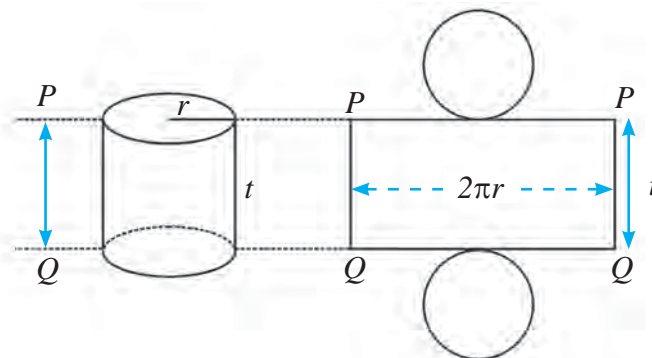
Uji Kompetensi

1. Lukislah jaring-jaring tabung yang tingginya 8 cm dan jari-jari alas 2 cm!
2. Lukislah jaring-jaring kerucut yang tingginya 12 cm dan jari-jari alas 5 cm!
3. Buatlah model tabung dengan menggunakan kertas karton yang tingginya 25 cm dan jari-jari alas 14 cm!
4. Buatlah model kerucut dari karton yang tingginya 20 cm dan jari-jari alas 15 cm!

B. Luas Permukaan dan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola

a. Luas Permukaan Tabung

Perhatikanlah gambar jaring-jaring tabung di bawah ini!



Berdasarkan gambar tersebut, luas tabung terdiri dari:

$2 \times \text{luas alas} + \text{luas selimut}$.

Luas alas tabung = luas lingkaran = πr^2

Luas selimut tabung = keliling lingkaran alas tabung \times tinggi tabung
 $= 2 \pi r \times t$
 $= 2 \pi r t$

Sehingga,

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan tabung} &= 2 \times \text{luas alas} + \text{luas selimut} \\ &= 2 \pi r^2 + 2 \pi r t \\ &= 2 \pi r (r + t)\end{aligned}$$

Contoh

1. Diketahui panjang jari-jari alas sebuah tabung tanpa tutup adalah 10 cm dan tinggi tabung 18 cm. Hitunglah luas tabung tersebut!
2. Sebuah tabung memiliki ukuran tinggi 10 cm dan luas selimutnya 1.500 cm². Hitunglah luas seluruh tabung dengan $\pi = 3,14$.

Penyelesaian:

1. Diketahui: $\pi = 3,14$
jari-jari tabung (r) = 10 cm
tinggi tabung (t) = 18 cm
Luas tabung = luas alas + luas selimut
tanpa tutup = $(\pi r^2) + (2 \pi r t)$
 $(3,14 \times 10^2) + (2 \times 3,14 \times 10 \times 18)$
 $= (314) + 1.130,4$
 $= 1.444,4$

Jadi luas tabung tanpa tutup adalah 1.445 cm².

2. Diketahui: tinggi tabung (t) = 10 cm
luas selimut tabung = 1.500 cm²
 $\pi = 3,14$
Luas tabung = $2 \pi r t$
1.500 = $2 \times 3,14 \times r \times 10$
1.500 = $62,8 \times r$
 $r = 1.500 : 62,8$
 $r = 23,89$
Luas seluruh tabung = $2 \pi r (r + t)$
 $= 2 \times 3,14 \times 23,89 \times (23,89 + 10)$
 $= 5.084,49$

Jadi, luas seluruh tabung adalah 5.084,49 cm².

b. *Volume Tabung*

Tabung adalah sebuah prisma dengan sisi alas berbentuk lingkaran. Volume tabung adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}v &= \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\v &= L \times t \quad \text{dengan } L \text{ (luas lingkaran)} = \pi r^2 \\&= \pi r^2 \times t \\&= \pi r^2 t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Volume tabung} &= \pi r^2 t \quad \text{dengan: } \pi = 3,14 \text{ atau } \frac{22}{7} \\r &= \text{jari-jari alas} \\t &= \text{tinggi}\end{aligned}$$

Contoh

Sebuah tabung memiliki ukuran diameter 8 cm dan tinggi 12 cm. Hitunglah volume tabung tersebut!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui} &: \text{sebuah tabung berdiameter } (d) = 8 \text{ cm} \\&\quad \text{tinggi } (t) = 12 \text{ cm} \\&\quad \pi = 3,14\end{aligned}$$

Diminta : menghitung volume (V) tabung tersebut.

Jawab:

Jika diameter (d) tabung adalah 8 cm, maka jari-jarinya adalah $r = 4$ cm.

$$\begin{aligned}\text{Rumus volume tabung } (V) &= \pi r^2 t \\&= 3,14 \times 4^2 \times 12 \\&= 602,88\end{aligned}$$

Jadi, volume tabung tersebut adalah 602,88 cm³.

Contoh

Jika sebuah tabung memiliki volume 924 cm³, berapakah tinggi tabung tersebut dengan jari-jari alasnya 7 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$?

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{Diketahui} &: \text{sebuah tabung dengan volume } (V) = 924 \text{ cm}^3 \\&\quad \text{jari-jari } (r) = 7 \text{ cm} \\&\quad \pi = \frac{22}{7}\end{aligned}$$

Diminta : menghitung tinggi tabung

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Rumus volume tabung (V)} &= \pi r^2 t \\ 924 &= \frac{22}{7} \times 7^2 \times t \\ 924 &= 154 \times t \\ t &= \frac{924}{154} = 6\end{aligned}$$

Jadi, tinggi tabung adalah 6 cm.

Uji Kompetensi

Kerjakanlah soal-soal berikut di buku latihan!

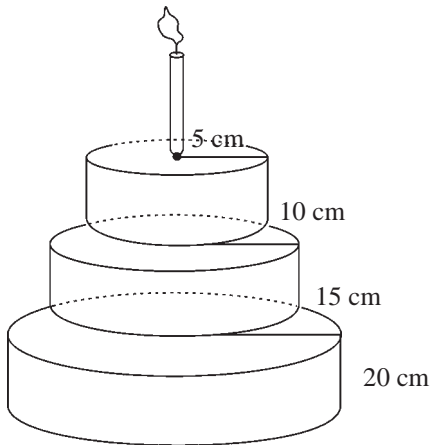
1. Lengkapi tabel mengenai tabung di bawah ini!

No.	Tinggi	Jari-Jari	Luas Selimut	Luas Permukaan
1.	20 cm	14 cm
2.	8 cm	251,2 cm ²
3.	7 dm	264 dm ²
4.	8 cm	1.004,8 cm ²
5.	2,5 dm	66 dm ²

2. Sebuah tangki berbentuk tabung tanpa tutup, tingginya 1,2 m dan diameternya 40 cm. Bagian dalam dan luarnya hendak dicat. Apabila biaya pengecatan Rp2.000,00 tiap m², tentukanlah biaya yang diperlukan!
3. Sebuah tabung memiliki panjang diameternya 20 cm dan tingginya 50 cm maka tentukan volumenya!
4. Diketahui sebuah volume tabung 88.704 cm³ dan tingginya 36 cm maka tentukanlah panjang jari-jari tabung dan luas selimutnya!
5. Sebuah kaleng berbentuk tabung, tingginya 10 cm dan diameternya 7 cm. Tentukanlah volume kaleng tersebut!
6. Berapa liter bensin dapat dimasukkan ke dalam tangki berbentuk tabung yang berdiameter 2 m dan panjangnya 3,5 m?
7. Sebuah cerobong berbentuk tabung, tingginya 50 m dan diameternya 5 m. Tentukanlah volumenya ($\pi = 3,14$)!
8. Amir akan membuat tabung yang dapat memuat 1 liter.
a. Apabila diameter tabung 10 cm, berapa tingginya?
b. Apabila tinggi tabung 10 cm, berapa diameternya?
9. Sebuah kaleng serbuk berbentuk tabung, tingginya 14 cm dan diameternya 7 cm. Berapa kaleng serbuk yang dapat diisi ke suatu kaleng berukuran 2,2 m × 0,7 m × 0,1 m supaya penuh dengan serbuk tadi?

10. Sebuah drum berbentuk tabung memiliki diameter 84 cm dan tinggi 1,30 m. Berapakah volume drum tersebut? Jika drum tersebut diisi minyak tanah sebanyak $\frac{4}{5}$ -nya, berapa liter minyak yang dapat terisi dalam drum tersebut?

Berpikir Kritis



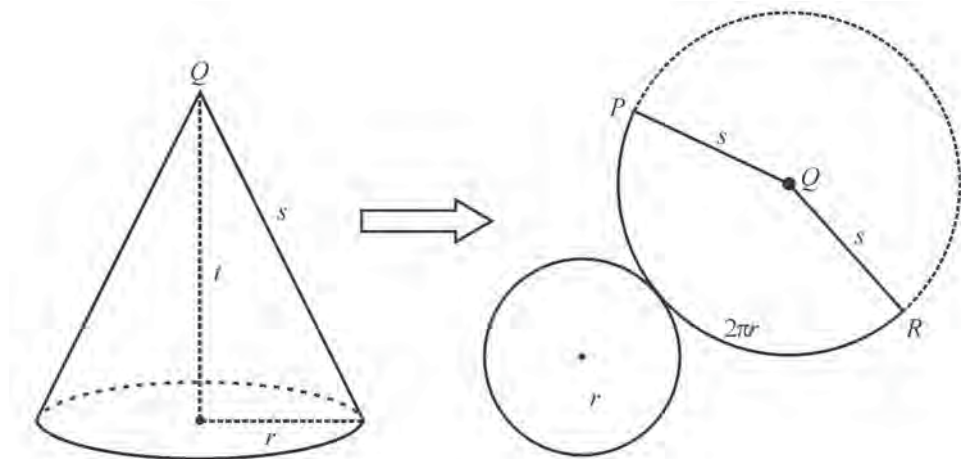
Ibu Lina membuat kue ulang tahun untuk Dita. Kue tersebut berbentuk tabung tingkat tiga. Tinggi masing-masing bagian 10 cm dan jari-jarinya tampak pada gambar. Hitunglah:

- Luas permukaan kue!
- Volume kue!

2. Kerucut

a. Luas Permukaan Kerucut

Perhatikanlah gambar jaring-jaring kerucut berikut ini!



Berdasarkan gambar tersebut, luas permukaan kerucut = luas alas + selimut kerucut. Luas alas = luas lingkaran = πr^2 .

Untuk mencari luas selimut kerucut, perhatikan jaring-jaring selimut kerucut! Selimut kerucut (PQR) merupakan juring sebuah lingkaran dengan jari-jari s .

Busur PR pada selimut kerucut panjangnya sama dengan keliling alas kerucut ($2\pi r$). Dengan menggunakan metode perbandingan luas juring dan panjang busur diperoleh:

$$\frac{\text{luas juring } PQR}{\text{luas lingkaran}} = \frac{\text{panjang busur } PR}{\text{keliling lingkaran}}$$

$$\frac{\text{luas juring } PQR}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s} = \frac{r}{s}$$

$$\text{Luas juring } PQR = \frac{\pi s^2 \cdot r}{2} = \pi sr = \pi rs$$

$$\begin{aligned} \text{karena luas juring } PRQ &= \text{luas selimut kerucut, maka} \\ \text{luas permukaan kerucut} &= \text{luas alas} \times \text{luas selimut} \\ &= \pi r^2 + \pi rs \\ &= \pi r (r + s) \end{aligned}$$

Contoh

Diketahui sebuah kerucut dengan jari-jari 8 cm, tinggi 15 cm, dan pendekatan $\pi = 3,14$. Hitunglah luas selimut kerucut tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui: sebuah kerucut dengan jari-jari (r) = 8 cm
tinggi (t) = 15 cm

Diminta : menghitung luas selimut kerucut.

Jawab :

Hal pertama yang harus dilakukan adalah menentukan panjang garis pelukis (s). Ketentuan rumus yang berlaku untuk menghitung panjang garis pelukis adalah:

$$\begin{aligned} s^2 &= r^2 + t^2 \\ &= 8^2 + 15^2 \\ &= 64 + 225 = 289 \\ s &= \sqrt{289} \\ s &= 17 \end{aligned}$$

Kemudian setelah didapat s maka mulai menghitung luas selimut kerucut.

$$\begin{aligned} \text{Rumus luas selimut kerucut} &= \pi \times r \times s \\ &= 3,14 \times 8 \times 17 \\ &= 427,04 \end{aligned}$$

Jadi, luas selimut kerucut tersebut adalah 427,04 cm².

Contoh

Hitunglah luas seluruh permukaan sebuah kerucut jika diketahui sebuah jari-jarinya berukuran 10 cm dan tinggi 16 cm!

Penyelesaian:

Diketahui: sebuah kerucut dengan jari-jari (r) = 10 cm
tinggi (t) = 16 cm

Diminta : menghitung luas selimut kerucut.

Jawab :

Pertama, hitunglah dahulu panjang garis pelukis (s).

$$\begin{aligned}s^2 &= r^2 + t^2 \\&= 10^2 + 16^2 \\&= 100 + 256 = 356\end{aligned}$$

$$s = \sqrt{356}$$

$$s = 18,87$$

Setelah itu, hitunglah luas seluruh permukaan kerucut:

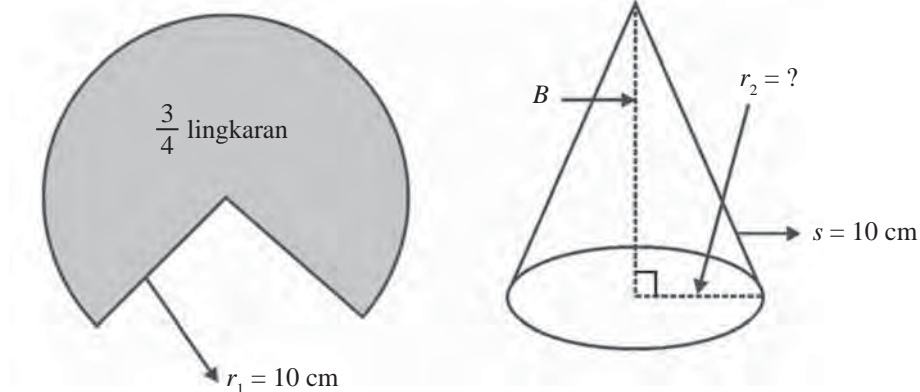
Rumus luas selimut kerucut:

$$\begin{aligned}&= \pi r^2 + \pi r s \\&= (3,14 \times 10^2) + (3,14 \times 10 \times 18,87) \\&= 314 + 592,52 \\&= 906,52\end{aligned}$$

Jadi, luas seluruh permukaan kerucut adalah 906,52 cm².

Contoh

Seorang guru membentuk sebuah kerucut dari bahan kertas karton manila dengan bentuk seperti pada gambar berikut.



- Hitunglah jari-jari alas (r^2) kerucut tersebut setelah dibentuk menjadi kerucut!
- Hitunglah tinggi kerucut tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui: jari-jari karton manila (r_1) = panjang garis pelukis (s) = 10 cm

Diminta : menghitung jari-jari alas kerucut (r_2) dengan tinggi kerucut (t)

Jawab :

1. Untuk menghitung jari-jari alas kerucut, gunakan rumus luas selimut kerucut yang identik dengan luas karton ($\frac{3}{4}$ lingkaran)

Rumus luas selimut kerucut = Rumus luas karton manila

$$\pi r_2 s = \frac{3}{4} \pi r_1^2$$

$$3,14 \times r_2 \times 10 = \frac{3}{4} \cdot 3,14 \cdot 10^2$$

$$31,4 r_2 = 235,5$$

$$r_2 = \frac{235,5}{31,4} = 7,5$$

Jadi, panjang jari-jari alas kerucut tersebut adalah 7,5 cm.

2. Untuk menghitung tinggi kerucut, perhatikan segitiga siku-siku yang terbentuk.

Gunakan dalil Pythagoras!

$$s^2 = t^2 + r^2$$

$$10^2 = t^2 + 7,5^2$$

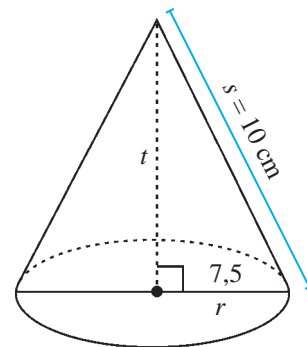
$$t^2 = 100 - 56,25$$

$$t^2 = 43,75$$

$$t = \sqrt{43,75}$$

$$t = 6,61$$

Jadi, tinggi kerucut tersebut adalah 6,61 cm.



b. Volume Kerucut

Kerucut merupakan sebuah limas yang memiliki alas berbentuk lingkaran.

Rumus volume kerucut adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \text{ luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \text{ luas lingkaran} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 t \end{aligned}$$

dengan: $\pi = 3,14$ atau $\frac{22}{7}$

r = jari-jari alas

t = tinggi kerucut

Contoh

Jika diketahui sebuah kerucut berjari-jari alas 5 cm dan tinggi 10 cm dengan $\pi = 3,14$. Berapakah volume kerucut itu?

Penyelesaian:

Diketahui : sebuah kerucut dengan jari-jari (r) = 5 cm
tinggi (t) = 10 cm
 $\pi = 3,14$

Diminta : menghitung volume kerucut (V)

Jawab :

$$\begin{aligned}\text{Rumus volume kerucut (V)} &= \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot t \\ &= \frac{1}{3} \times 3,14 \times 5^2 \times 10 \\ &= 261,67\end{aligned}$$

Jadi, volume kerucut tersebut adalah 261,67 cm³.

Contoh

Hitunglah volume kerucut dengan diameter alas 8 cm, garis pelukis 12 cm, dan $\pi = 3,14$.

Penyelesaian:

Diketahui : Sebuah kerucut dengan diameter alas (d) = 8 cm
garis pelukis (s) = 12 cm
 $\pi = 3,14$

Diminta : menghitung volume kerucut itu (V)

Jawab :

Pertama yang harus dihitung adalah tinggi kerucut, dengan cara melihat segitiga siku-siku yang dibentuk dalam kerucut tersebut (perhatikanlah gambar!)

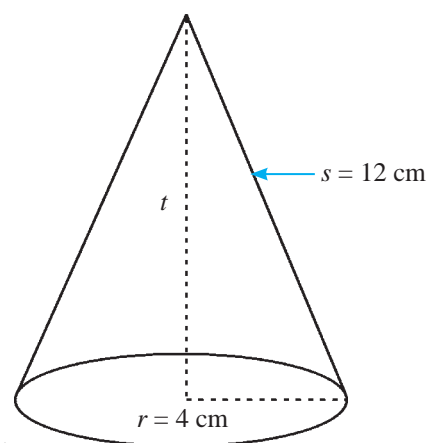
Untuk diameter (d) = 8 cm, maka jari-jari

(r) kerucut tersebut adalah $\frac{d}{2} = 4$ cm.

Dengan menggunakan dalil Pythagoras maka:

$$\begin{aligned}s^2 &= t^2 + r^2 \\ 12^2 &= t^2 + 4^2 \\ 144 &= t^2 + 16 \\ t^2 &= 144 - 16 \\ t^2 &= 128 \\ t &= \sqrt{128} = 11,31\end{aligned}$$

Jadi, tinggi kerucut tersebut adalah 11,31 cm.



Selanjutnya, hitunglah volume kerucut (V) tersebut.

$$\begin{aligned}\text{Rumus volume kerucut} &= \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot t \\ &= \frac{1}{3} \times 3,14 \times 16 \times 11,31 \\ &= 189,40\end{aligned}$$

Jadi, volume kerucut tersebut adalah $189,40 \text{ cm}^3$.

Uji Kompetensi

Kerjakanlah soal-soal berikut pada buku kerjamu!

1. Lengkapilah tabel mengenai kerucut di bawah ini!

No.	Tinggi	Jari-Jari	Garis Pelukis	Luas Selimut	Luas Permukaan
1.	8 cm	6 cm
2.	24 cm	7 cm
3.	5 dm	204,12 dm ²
4.	3 dm	5 dm
5.	10	1.067,6 cm ²

2. Sebuah kerucut panjang garis pelukisnya adalah 25 cm jika tingginya 24 cm, tentukanlah luasnya!
3. Pak Rahmat akan membuat atap kubah dari seng yang berbentuk kerucut. Menurut rencana panjang diameternya 14 m dan tingginya 5 m. Jika biaya pembuatan tiap m² sebesar Rp50.000,00, berapakah biaya yang diperlukan untuk penyelesaian kubah tersebut?
4. Sebuah kerucut memiliki volume 616 cm³. Jika tingginya 12 cm, hitunglah jari-jari kerucut dan keliling alasnya!
5. Luas alas sebuah kerucut $113\frac{1}{7} \text{ cm}^2$. Jika panjang garis pelukisnya 10 cm maka tentukanlah volume kerucut tersebut!
6. Luas selimut kerucut 550 cm². Jika jari-jari alasnya 7 cm, hitunglah:
 - a. panjang garis pelukisnya
 - b. luas alasnya
 - c. volumenya

7. Tentukan panjang garis pelukis jika luas selimut kerucut $19,14 \text{ cm}^2$ dan jari-jari lingkaran alas $2,1 \text{ cm}$!

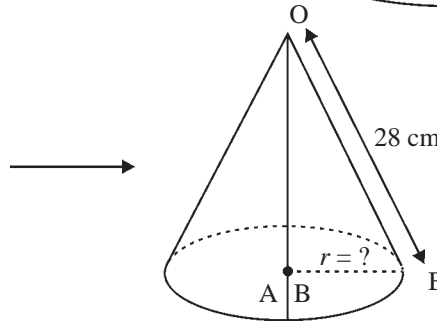
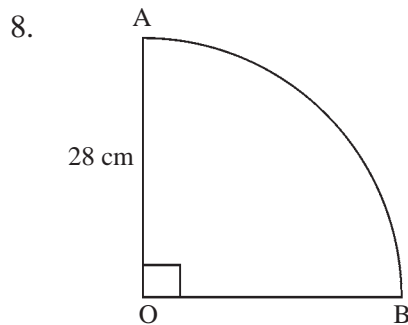
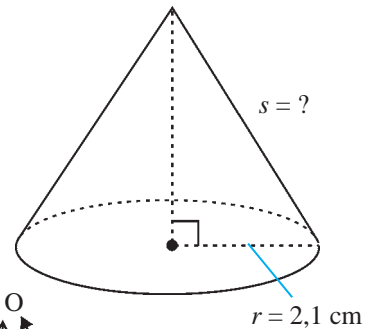
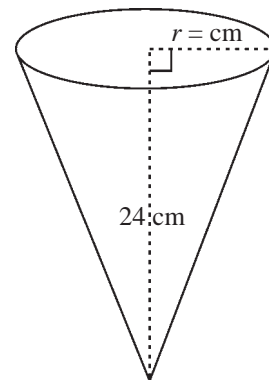


Diagram tersebut terdiri dari seperempat lingkaran dengan jari-jari 28 cm . Tentukanlah jari-jari lingkaran alas kerucut!

9. Jika $\pi = \frac{22}{7}$, hitunglah volum kerucut berikut.
- $r = 12 \text{ cm}$ dan $t = 35 \text{ cm}$
 - $r = 4 \text{ cm}$ dan $t = 4,2 \text{ cm}$
 - $r = 7 \text{ cm}$ dan $t = 1,2 \text{ cm}$

10. Hitunglah volum kerucut pada gambar di samping ini!



3. Bola

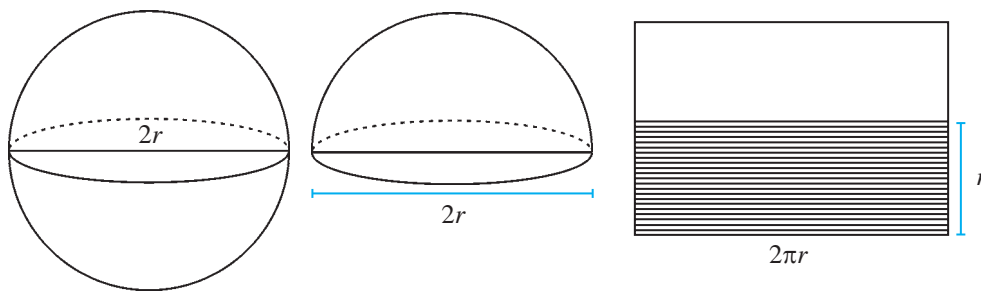
a. Luas Permukaan Bola

Untuk menemukan luas permukaan bola, lakukanlah kegiatan berikut ini!

Kegiatan

- Sediakanlah sebuah bola dengan diameter $2r$, kemudian belah bola tersebut menjadi dua bagian yang sama besar.

2. Ambil satu bagiannya, kemudian lilitkan benang atau tali mengelilingi kulit setengah bola sampai penuh.
3. Benang atau tali yang dililitkan pada belahan bola, kemudian pindahkan kepada karton yang panjangnya sama dengan keliling lingkaran ($2\pi r$), dan ternyata tali menutupi setinggi jari-jari (r).



Dari gambar di atas dapat ditentukan, bahwa: luas karton yang ditutupi tali
 $= \dots \times r = \dots$

Luas karton yang ditutupi tali = luas setengah bola, sehingga

Luas permukaan bola dengan jari-jari dinyatakan dengan rumus:

$$L = \dots$$

Contoh

Hitunglah luas kulit bola yang memiliki jari-jari 14 cm!

Penyelesaian:

$$r = 14 \text{ cm}$$

$$\pi = \frac{22}{7}$$

$$L = 4\pi r^2$$

$$= 4 \cdot \frac{22}{7} (7 \times 7)$$

$$= 4 \cdot 22 \cdot 7 = 616$$

Jadi, luas kulit bola itu adalah 616 cm².

b. Volume Bola

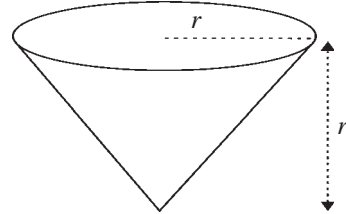
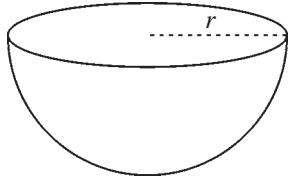
Bola adalah bangun ruang yang dibatasi oleh sebuah sisi lengkung, tidak memiliki rusuk maupun titik sudut. Benda berbentuk seperti ini sering dijumpai dalam kehidupan nyata. Untuk mengetahui volume bola lakukanlah kegiatan berikut ini.

Info Plus

Menurut matematikawan Yunani yang bernama Archimedes (287 - 216 SM) disebutkan: “Jika pada suatu bola dan tabung memiliki jari-jari yang sama dan tinggi tabung yang sama dengan diameter bola maka luas permukaan bola sama dengan luas selimut tabung.”

Sumber: *Encarta*, 2004 dengan pengubahan seperlunya.

Kegiatan



Jika pada kerucut tersebut diisi penuh dengan air, lalu dituangkan kembali ke dalam bangun setengah bola, maka yang terjadi adalah pada bangun setengah bola tersebut mampu memuat sampai dua kali lipat dari kerucut. Ini menunjukkan bahwa volume setengah bola sama dengan ... volume kerucut. Jika pada bangun bola penuh maka artinya sama dengan ... kali volume kerucut sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\text{Volume bola} &= \dots \times \text{volume kerucut} \\ &= \dots \times \dots \text{ (di mana } t = r \text{)} \\ &= \dots \times \dots \\ &= \dots\end{aligned}$$

Rumus volume bola berlaku pada setiap bangun bola, yaitu:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\begin{aligned}\text{dengan: } V &= \text{Volume} \\ \pi &= 3,14 \text{ atau } \frac{22}{7} \\ r &= \text{jari-jari}\end{aligned}$$

Contoh

Ayah membelikan adik sebuah bola sepak. Bola tersebut berjari-jari 8 cm. Berapakah volume bola tersebut?

Penyelesaian:

Diketahui : Sebuah bola dengan jari-jari (r) = 8 cm.

$$\pi = 3,14$$

Ditanya : Volume Bola

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (8)^3 \\ &= 2143,57\end{aligned}$$

Jadi, volume bola tersebut adalah 2143,57 cm³.

Contoh

Jika diketahui sebuah bola dengan diameter 12 cm. Hitunglah volume bola tersebut!

Penyelesaian:

Diketahui : Sebuah bola, diameter (d) = 12 cm,

$$\text{berarti jari-jari } (r) = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6 \text{ cm}$$

$$\pi = 3,14$$

Ditanya : Volume bola

$$\begin{aligned} \text{Jawab : } V &= \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot 3,14 \cdot (6)^3 \\ &= 904,32 \end{aligned}$$

Jadi, volume bola tersebut adalah 904,32 cm³.

Contoh

Sebuah bola memiliki diameter 8 cm, lalu dimasukkan ke dalam sebuah tabung yang memiliki diameter 12 cm dan tinggi 10 cm. Tentukanlah volume bagian tabung di luar bola!

Penyelesaian:

Diketahui : Diameter bola (d) = 8 cm, berarti $r = 4$ cm
 Diameter tabung (d) = 12 cm, berarti $r = 6$ cm,
 tinggi (t) = 10 cm, $\pi = 3,14$

Ditanya : Volume bagian tabung di luar bola

Jawab :

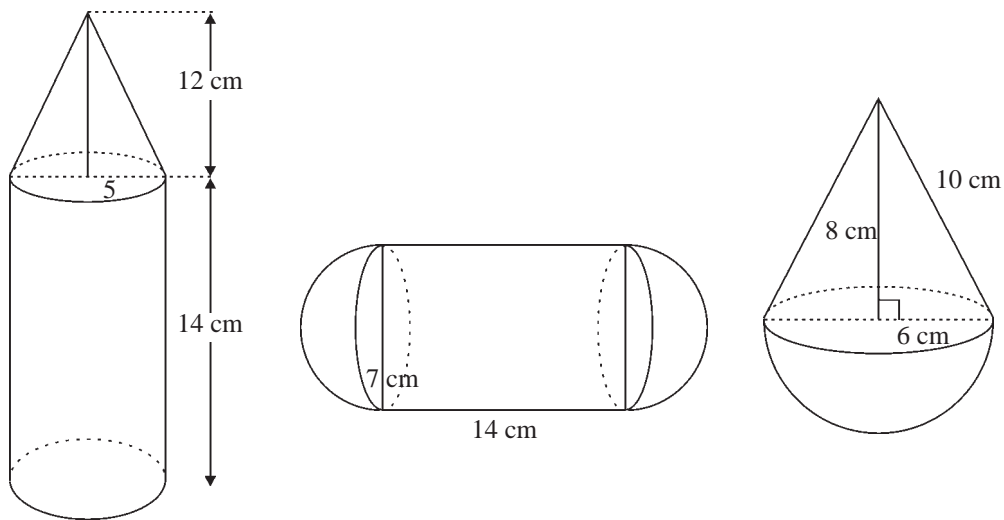
$$\begin{aligned} \text{Volume bagian tabung di luar bola} &= \text{volume tabung} - \text{volume bola} \\ &= \pi r^2 t - \frac{4}{3}\pi r^3 \\ &= (3,14 \times (6)^2 \times 10) - \left(\frac{4}{3} \times 3,14 \times 4^3\right) \\ &= 1.130,4 - 267,95 \\ &= 862,45 \end{aligned}$$

Jadi, volume bagian tabung di luar bola tersebut adalah 862,45 cm³.

Uji Kompetensi

- Hitunglah luas bola jika jari-jarinya diketahui:
 a. 20 cm b. 7 cm c. 14 dm d. 3,5 cm e. 8 cm
- Diketahui sebuah bola luasnya 544 cm², $\pi = \frac{22}{7}$, tentukanlah diameter bola tersebut!

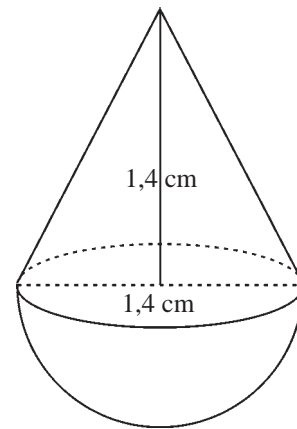
3. Hitunglah luas permukaan benda padat pada gambar di bawah ini!



4. Kubah sebuah masjid berbentuk belahan bola dengan diameter 10 m. Jika biaya pembuatan atap tiap m^2 Rp150.000,00, tentukanlah biaya yang diperlukan untuk menyelesaikan atap tersebut!
5. Berapakah volume bola jika diketahui data-data berikut ini?
- jari-jari 12,5 cm
 - jari-jari 23 m
 - diameter 15 cm
 - diameter 20 cm
6. Sebuah bola basket milik siswa SMP Wijaya Utama kempes, siswa diminta untuk mengisi udara pada bola tersebut. Berapakah volume udara yang diperlukan untuk bola tersebut jika bola memiliki jari-jari 11 cm?
7. Hitunglah jari-jari bola jika diketahui volumenya sebagai berikut!
- 288 cm^3
 - 1.000 cm^3
 - 1.010 cm^3
8. Mangkuk sup berbentuk $\frac{1}{2}$ bola akan diisi sup. Kapasitas mangkuk itu adalah 486 cm^3 . Berapakah diameter mangkuk tersebut?
9. Hitunglah berat 200 bola besi dengan diameter masing-masing 0,7 cm, jika berat 1 cm^3 besi adalah 7,8 gram!
10. Sebuah bola dimasukkan ke dalam sebuah tabung berisi air sehingga bola tersebut seluruhnya berada di dalam air dan permukaan air menjadi naik. Berapakah tinggi air yang naik (t), jika:
- diameter bola 5 cm dan diameter tabung 10 cm
 - diameter bola 10 cm dan diameter tabung 20 cm.
- Ingatlah bahwa volume air yang naik sama dengan volume bola!

Berpikir Kritis

Sebuah bandul timah terdiri atas belahan bola dan kerucut seperti gambar di samping. Diameter belahan bola dan tinggi kerucut sama, yaitu 1,4 cm. Tentukanlah berat bandul jika 1 cm³ timah sama beratnya dengan 11,4 gram!



C. Menghitung Besar Perubahan Volume

1. Perbandingan Volume Tabung, Volume Kerucut, dan Volume Bola

Contoh

1. Diketahui tinggi tabung sama dengan tinggi kerucut jika jari-jari alas tabung sama dengan dua kali jari alas kerucut. Tentukanlah perbandingan volume tabung dengan perbandingan volume kerucut tersebut!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}t_t &= t_k = t \\r_t &= 2r_k \\V_t : V_k &= \pi r_t^2 \cdot t_t : \frac{1}{3} \pi r_k^2 \cdot t_k \\&= \pi (2r_k)^2 \cdot t : \frac{1}{3} \pi r_k^2 \cdot t \\&= \pi \cdot 4 \cdot r_k^2 \cdot t : \frac{1}{3} \pi r_k^2 \cdot t \\&= \cancel{4\pi r_k^2 t} : \frac{1}{3} \cancel{\pi r_k^2 t} \\&= 4 : \frac{1}{3} \\&= 4 \times \frac{3}{1} \\&= \frac{12}{1} \\&= 12 : 1\end{aligned}$$

Jadi, perbandingan volume tabung dengan volume kerucut adalah $12 : \frac{1}{3}$.

2. Diketahui tinggi tabung = $2 \times$ jari-jari bola dan jari-jari alas tabung = jari-jari bola. Hitunglah perbandingan volume bola dengan tabung!

Penyelesaian:

$$t = 2r$$

$$r_t = r_b$$

$$\begin{aligned} V_{\text{tabung}} : V_{\text{bola}} &= \pi r_t^2 t : \frac{4}{3} \pi r_b^3 \\ &= \pi r_t^2 \cdot 2r : \frac{4}{3} \pi r_t^3 \\ &= 2 : \frac{4}{3} \\ &= 3 : 2 \end{aligned}$$

Jadi, perbandingan volume tabung dengan volume bola adalah 3 : 2.

3. Diketahui tiga bola dengan perbandingan jari-jarinya $r_1 : r_2 : r_3 = 1 : 2 : 3$. Tentukanlah perbandingan volume ketiga bola tersebut!

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} V_1 : V_2 : V_3 &= \frac{4}{3} \pi r_1^3 : \frac{4}{3} \pi r_2^3 : \frac{4}{3} \pi r_3^3 \\ &= r_1^3 : r_2^3 : r_3^3 \\ &= 1^3 : 2^3 : 3^3 \\ &= 1 : 8 : 27. \end{aligned}$$

Jadi, perbandingan volume ketiga bola tersebut adalah 1 : 8 : 27.

2. Perubahan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola Jika Jari-Jarinya Berubah

Contoh

1. Sebuah tabung volumenya V , jika jari-jari tabung diperkecil setengahnya, berapa volumenya sekarang?

Penyelesaian:

$$V_o = \pi r_o^2 t$$

$$r_1 = \frac{1}{2} r_o$$

$$V_1 = \pi r_1^2 \cdot t$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} r_o \right)^2 \cdot t$$

$$= \frac{1}{4} \pi \cdot r_o^2 \cdot t$$

$$= \frac{1}{4} V_o$$

Jadi, volume tabung sekarang adalah $\frac{1}{4}$ volume semula.

2. Sebuah bola volumenya V . Jika jari-jarinya diperbesar menjadi $\frac{3}{2}$ dari semula, tentukanlah perubahan volumenya!

Penyelesaian:

Misal $r_1 = \frac{3}{2}r_0$

$$\text{volume awal} = V_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3$$

$$\text{volume akhir} = V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}r_0\right)^3$$

$$\text{Perubahan volume} = V_1 - V_0$$

$$= \frac{4}{3}\pi r_1^3 - \frac{4}{3}\pi r_0^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi (r_1^3 - r_0^3)$$

$$= \frac{4}{3}\pi \left\{\left(\frac{3}{2}r_0\right)^3 - r_0^3\right\}$$

$$= \frac{4}{3}\pi r_0^3 \left(\frac{27}{8} - 1\right)$$

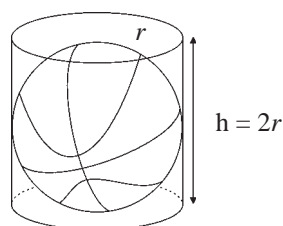
$$= V_0 \left(\frac{19}{8}\right) = 2\frac{3}{8} V_0$$

Jadi, perubahan volumenya $2\frac{3}{8}$ kali volume semula.

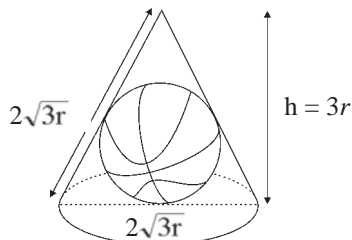
Tugas

Setelah mempelajari volume tabung, kerucut, dan bola, hitunglah perbandingan volum bangun-bangun tersebut sesuai dengan gambar berikut ini!

1. $V_{\text{tabung}} : V_{\text{bola}}$



2. $V_{\text{kerucut}} : V_{\text{bola}}$



Uji Kompetensi

Kerjakan soal-soal berikut ini di buku latihanmu!

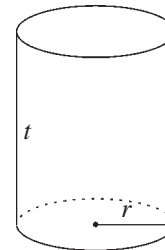
1. Diketahui tinggi kerucut dua kali jari-jari alasnya. Jika jari-jari alas kerucut sama dengan jari-jari bola, tentukanlah perbandingan volume kerucut dengan volume bola tersebut!
2. Diketahui tinggi tabung sama dengan diameter alas kerucut. Jika tinggi kerucut sama dengan dua kali diameter alas tabung, tentukanlah perbandingan volume tabung dan volume kerucut tersebut!
3. Diketahui volume tabung sama dengan tiga kali volume bola. Jika tinggi tabung sama dengan diameter bola, tentukan perbandingan jari-jari alas tabung dengan jari-jari bola!
4. Sebuah tabung volumenya V , jika jari-jari tabung diperbesar 2 kali dari semula, tentukan volume tabung sekarang!
5. Sebuah kerucut volumenya V , jika jari-jarinya diperbesar menjadi 3 kali dari semula, dan tingginya diperkecil menjadi $\frac{2}{3}$ dari semula, tentukanlah perubahan volumenya!

Rangkuman

- Tabung adalah suatu bangun yang dibatasi oleh dua bidang sisi yang sejajar dan kongruen berbentuk lingkaran serta bidang sisi tegak berbentuk selongsong yang disebut selubung.

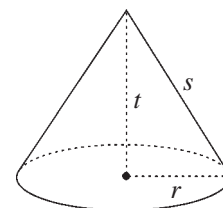
$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan tabung} &= 2 \times \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r t \\ &= 2\pi r (r + t)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Volume tabung} &= \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \pi r^2 t\end{aligned}$$



- Kerucut adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang sisi alas yang berbentuk lingkaran dan bidang sisi lain yang disebut selimut kerucut.

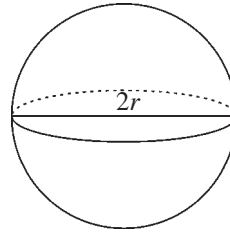
$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \text{luas alas} + \text{luas selimut} \\ &= \pi r^2 + 2\pi r t \\ &= 2\pi r (r + t)\end{aligned}$$



- Bola adalah bangun ruang yang dibatasi oleh bidang lengkung.

Luas permukaan bola = $4\pi r^2$

Volume bola = $\frac{4}{3}\pi r^3$

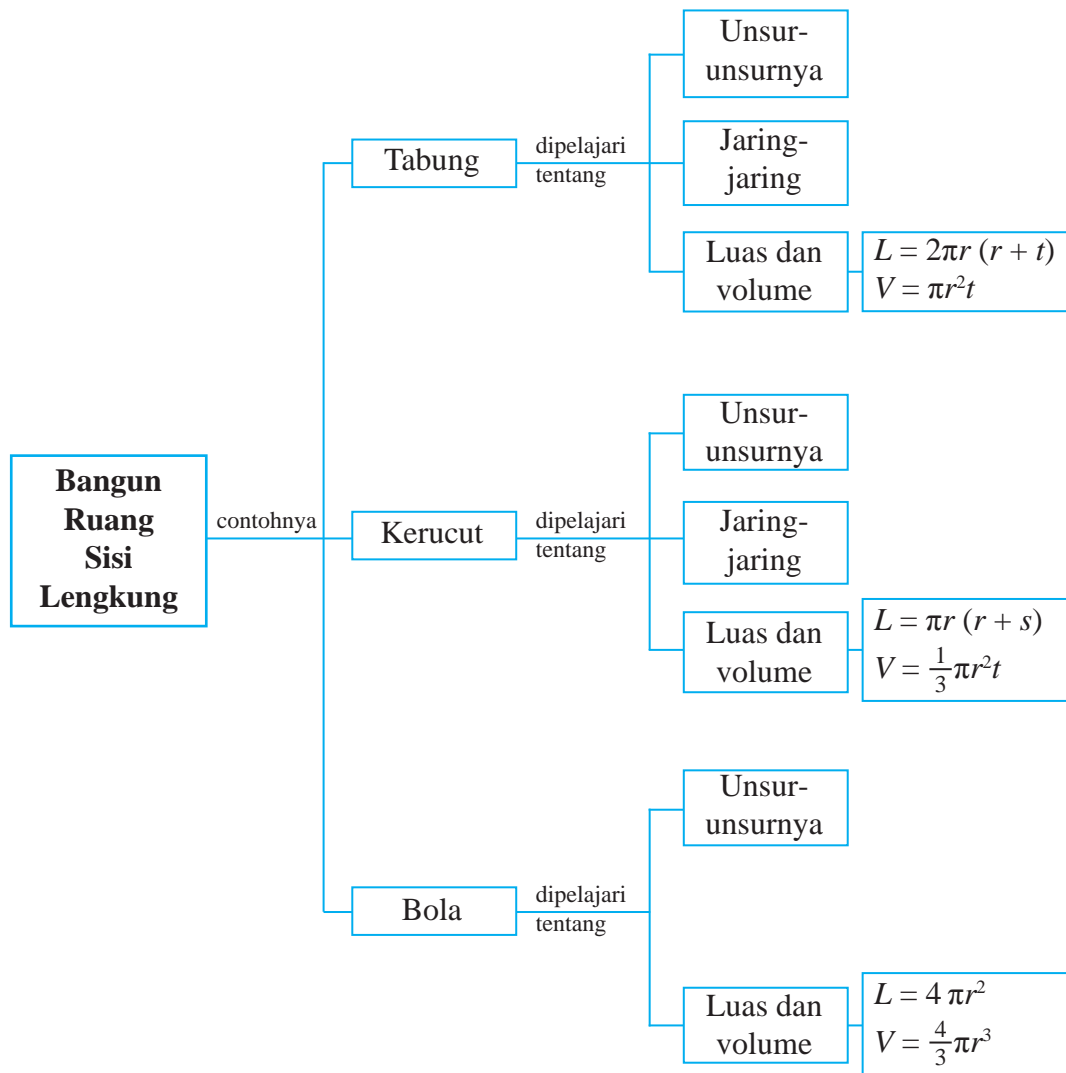


Refleksi

Berdasarkan materi yang sudah kamu pelajari, selesaikanlah persoalan berikut ini!

1. Diketahui volume tabung = $\pi r^2 t$ dan volume kerucut = $\frac{1}{3}\pi r^2 t$. Berapakah perbandingan volume tabung dan silinder?
2. Coba kamu buktikan kembali bahwa luas sisi tabung adalah $2\pi r (r + t)$
3. Coba kalian buktikan bahwa volume bola empat kali volume kerucut! Syarat apa yang harus dipenuhi? Coba jelaskanlah!

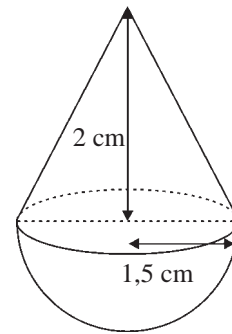
Peta Konsep



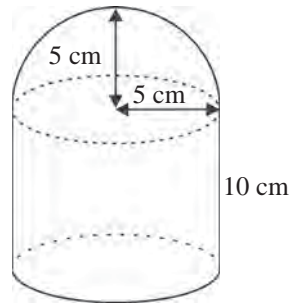
Uji Kompetensi Semester 2

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

1. Sebuah kerucut setinggi 30 cm memiliki alas dengan keliling 66 cm ($\pi = \frac{22}{7}$). Volume kerucut itu adalah . . .
A. 13.860 cm³ C. 6.930 cm³
B. 10.395 cm³ D. 3.465 cm³
2. Seorang pengusaha ingin membuat tangki air (berbentuk tabung) dari plat besi. Jika pengusaha itu merencanakan isi tangki air itu 2.310 liter dan jari-jarinya 70 cm dengan $\pi = \frac{22}{7}$, luas plat besi untuk membuat selimut tabung itu adalah
A. 231 dm² C. 462 dm²
B. 330 dm² D. 660 dm²
3. Gambar di samping menunjukkan bandul padat yang terdiri atas belahan bola dan kerucut. Alas kerucut berimpit dengan belahan bola. Jika jari-jari bola 1,5 cm, tinggi kerucut 2 cm maka luas permukaan bandul tersebut adalah
A. 21,195 cm²
B. 25,905 cm²
C. 31,793 cm²
D. 32,970 cm²
4. Sebuah tabung alasnya berjari-jari 8 cm dan tinggi 50 cm diisi air setinggi 15 cm. Kemudian ke dalam tabung dimasukkan sebuah bola besi yang berjari-jari 6 cm. Tinggi air dalam tabung adalah
A. 15,22 cm C. 18,33 cm
B. 15,30 cm D. 19,50 cm
5. Keliling alas sebuah kerucut 62,8 cm, tingginya 18 cm dan volume kerucut itu adalah
A. 1.884 cm³ C. 3,768 cm³
B. 1.826 cm³ D. 5.652 cm³
6. Jari-jari alas suatu kerucut 5 cm, tingginya 12 cm dan $\pi = 3,14$. Luas seluruh permukaan kerucut tersebut adalah
A. 62,8 cm² C. 204,1 cm²
B. 78,5 cm² D. 282,6 cm²



4. Pada bagian atas tabung terdapat bangun ruang setengah bola. Tentukanlah volume tabung dan volume bola tersebut!



5. Harun mempunyai sebuah kotak berbentuk balok berukuran $50\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 75\text{ cm}$. Dalam kotak tersebut ia menyimpan dua bola dengan jari-jari berturut-turut 20 cm dan 8 cm . Hitunglah volume balok yang tersisa!

* * *

BAB

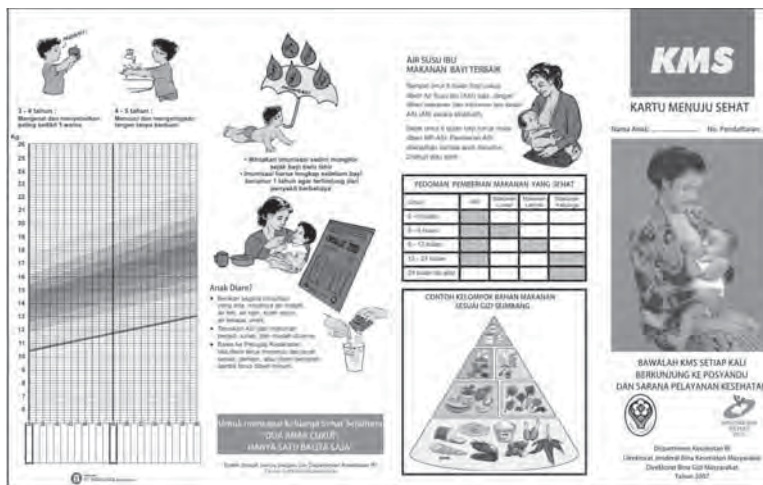
3

Pengolahan dan Penyajian Data

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang pengolahan dan penyajian data. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- mengumpulkan data dengan mencacah, mengukur, dan mencatat data dengan tally;
- mengurutkan data tunggal, mengenal pengertian data terkecil, dan data terbesar serta jangkauan data;
- menghitung mean, modus, median, dan kuartil data tunggal dan menjelaskan makna mean, modus, median, dan kuartil data tunggal;
- menyajikan data tunggal dan berkelompok dalam bentuk tabel dan diagram: pictogram, diagram batang, diagram lingkaran, dan diagram garis;
- membaca/menafsirkan diagram suatu data.



Sumber: Dokumen Penerbit

Pernahkan kalian melihat Kartu Menuju Sehat (KMS) yang sering dibawa ibu-ibu jika ke Posyandu? Dapatkah kalian mengartikan grafik perkembangan berat badan balita yang ada di dalamnya? Informasi apa saja yang kalian peroleh dari grafik tersebut?

Materi Prasyarat

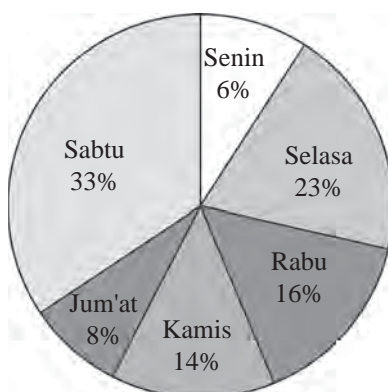
Coba kamu ingat kembali tentang pengolahan dan penyajian data yang telah dipelajari dikelas VI SD. Materi tersebut sekarang akan dipelajari kembali secara lebih mendalam. Mudah-mudahan kamu bisa lebih memahami materi tersebut.

Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

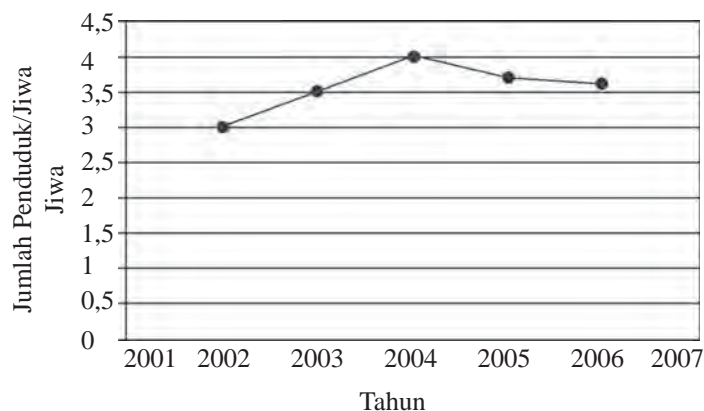
1. Perhatikanlah diagram lingkaran berikut ini!

Banyaknya Sisa yang Mengunjungi Perpustakaan



Berdasarkan diagram tersebut, jawablah pertanyaan berikut ini.

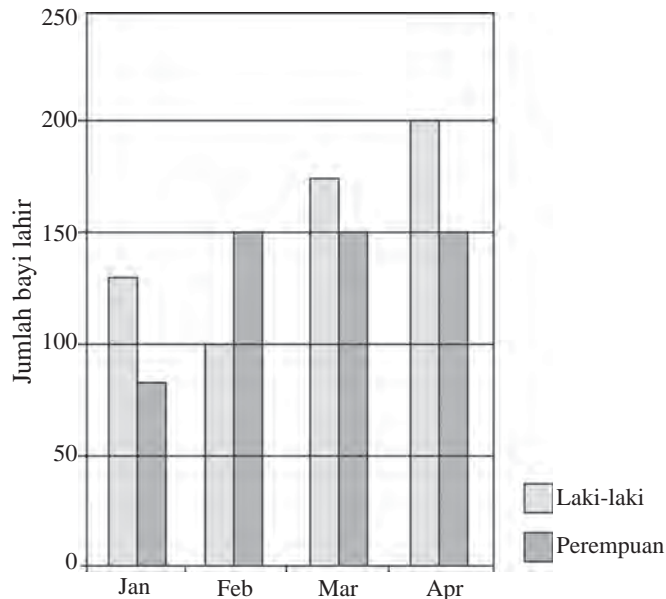
- a. Hari apa yang jumlah pengunjungnya paling banyak?
 - b. Hari apa yang jumlah penduduknya paling sedikit?
 - c. Jika jumlah pengunjung dalam seminggu tersebut adalah 600 siswa, berapa banyak siswa yang mengunjungi perpustakaan pada hari Kamis?
2. Perhatikan diagram garis berikut ini!



Berdasarkan diagram tersebut, jawablah pertanyaan berikut ini.

- Berapa jumlah penduduk pada tahun 2004?
- Tahun berapa jumlah penduduk mengalami peningkatan?
- Tahun berapa jumlah penduduk mengalami penurunan.

3. Perhatikan diagram batang berikut ini!



Berdasarkan diagram di atas, jawablah pertanyaan berikut ini!

- Berapakah jumlah bayi laki-laki yang lahir selama 4 bulan?
- Berapakah jumlah bayi perempuan yang lahir selama 4 bulan?
- Berapakah selisih rata-rata bayi laki-laki dan bayi perempuan selama 4 bulan?

Statistika adalah ilmu pengetahuan yang mempelajari metode pengumpulan data, penyusunan data, pengolahan data, penyajian data, dan analisa data untuk mendapatkan suatu kesimpulan (keputusan). Statistika dipergunakan pada hampir semua kegiatan kehidupan sehari-hari, antara lain bidang kesehatan, pendidikan, pertanian, sosial, dan industri.

A. Pengolahan Data

1. Pengumpulan Data

Keterangan yang dijangar atau dikumpulkan dalam bentuk angka atau lambang dari suatu pengamatan disebut *data*. Data dipergunakan untuk mengambil suatu kesimpulan.

Beberapa cara yang dapat kita lakukan untuk mengumpulkan data, antara lain:

1. *Observasi*. Misalnya, kita memerlukan kegiatan penimbangan berat badan terhadap teman-teman sekelas. Ini diperlukan jika kita ingin mengetahui apakah teman-teman kita tergolong gemuk, kurus, atau sedang.
2. *Wawancara*. Kadang-kadang kita tidak merasa cukup jika hanya mengetahui berat badan mereka, tetapi ingin mengetahui juga pola makan dan kegiatan mereka. Oleh karena itu, kita perlu mewawancarai teman dan orang tua mereka.
3. *Angket*. Kadang-kadang kita tidak punya cukup waktu untuk mewawancarai teman-teman kita. Untuk mengatasinya, kita menyusun beberapa daftar pertanyaan yang harus dijawab oleh teman kita secara tertulis. Beberapa pertanyaan yang rahasia atau bersifat pribadi dapat kita kemukakan secara tertulis. Beberapa pertanyaan yang rahasia atau bersifat pribadi dapat kita kemukakan secara tertulis dengan harapan, teman kita pun akan lebih berani memberikan jawaban.

Kata Kunci

- Data
- Diagram
- Kuartil
- Mean
- Median
- Modus
- Populasi
- Sampel
- Statistika

Tugas

Lakukanlah pengumpulan data di lingkungan tempat tinggal kalian dengan cara:

1. Observasi
2. Wawancara
3. Angket

Berdasarkan hasil tugas kalian itu, kita memperoleh dua jenis data, yaitu berupa angka dan kategori atau karakteristik. Contoh data berupa kategori adalah data yang diambil untuk mengetahui apakah orang tersebut gemuk, sedang, ataupun kurus.

Untuk memperoleh data ada 2 cara, yaitu:

1. Cara mengukur
Untuk mendapatkan data seperti suhu badan, tinggi badan, curah hujan, dan sebagainya yang berhubungan dengan besaran maka digunakan cara mengukur.
2. Cara mencacah
Untuk mendapatkan data seperti jumlah siswa di suatu wilayah, jumlah pegawai, jumlah pengangguran, dan sebagainya dimana jumlahnya dalam bentuk bilangan, maka digunakan cara mencacah (menghitung).

Kegiatan

1. Lakukanlah pengukuran atau pendataan tinggi badan dan berat badan teman dikelas kalian! Catat dalam bentuk tabel berikut! (Kerjakanlah di buku latihan!)

Nama Siswa	Tinggi Badan (cm)

Nama Siswa	Berat Badan (kg)

2. Setelah dilakukan pencatatan, susunlah data yang diperoleh mulai dari yang terkecil, jumlahkanlah data-data tersebut!
3. Dari data tersebut, cobalah kalian buat beberapa kesimpulan berdasarkan pengamatan!

2. Populasi dan Sampel

Data yang diperoleh bisa diambil dari populasi atau sampel. *Populasi* adalah seluruh objek suatu data, sedangkan *sampel* adalah bagian dari populasi yang mewakili karakter dari populasi.

Contoh:

1. Tentukanlah populasi dan sampel apabila ingin mengetahui nilai rata-rata matematika kelas IX SMP di Kabupaten Bandung!

Penyelesaian:

Populasinya : Seluruh siswa kelas IX SMP di Kabupaten Bandung

Sampelnya : Beberapa siswa kelas IX SMP di SMP tertentu yang dapat mewakili seluruh SMP di Kabupaten Bandung.

2. Data tentang rata-rata penghasilan nelayan tradisional di Indonesia. Tentukanlah populasi dan sampelnya!

Penyelesaian:

Populasinya : Seluruh nelayan tradisional di Indonesia.

Sampelnya : Para nelayan tradisional di beberapa daerah tertentu.

3. Jangkauan Data/Rentang/Range

Jangkauan data adalah data terbesar dikurangi data terkecil.

$$J = x_n - x_1$$

Keterangan: J = jangkauan
 x = data terbesar
 x_l = data terkecil

Contoh

Diketahui nilai ulangan matematika dari 15 siswa adalah:
 7, 6, 8, 8, 9, 6, 6, 5, 8, 9, 5, 4, 6, 8, 9. Tentukanlah jangkauan data tersebut!

Penyelesaian:

Data setelah diurutkan:

4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9

Data terkecil = 4

Data terbesar = 9

Jadi, jangkauan data = $9 - 4 = 5$

4. Penyajian Data dalam Bentuk Tabel

a. Data Tunggal/Sederhana

Dari data yang telah didapat apabila tidak terlalu banyak dapat langsung disajikan secara sederhana dengan data tunggal. Misalnya, dari 10 orang siswa diketahui bahwa mereka mempunyai nilai ulangan matematika sebagai berikut:
 6, 7, 6, 6, 8, 8, 9, 7, 6, 5.

Untuk selanjutnya data-data itu dapat disajikan dengan tabel seperti di bawah ini.

Nilai	Turus	Frekuensi
5	/	1
6	////	4
7	//	2
8	//	2
9	/	1
Jumlah		10

b. Data yang Dikelompokkan

Apabila data yang didapat cukup banyak, misalnya lebih dari 30, maka cara penyajiannya dapat dengan menggunakan pengelompokan atas beberapa kelas.

Untuk membuat data yang akan dikelompokkan, ada beberapa aturan yang harus diperhatikan, antara lain:

1. Tentukanlah jangkauan data tersebut!
2. Tentukanlah banyaknya kelas dengan aturan *sturges*

$$\text{Banyaknya kelas } (k) = 1 + 3,3 \log n$$

n = banyaknya data

3. Menentukan panjang interval setiap kelas

$$\text{Panjang interval kelas } (i) = \frac{\text{jangkauan}}{\text{banyaknya kelas}} = \frac{j}{k}$$

Misalnya:

Dari 50 orang siswa SMP kelas VIII diperoleh data tentang tinggi badannya sebagai berikut (dalam satuan cm):

120 125 140 130 125 120 130 120 128 150 145 135
131 135 140 146 145 150 150 131 120 128 155 153
145 140 140 138 128 152 140 138 130 126 125 140
140 140 136 129 130 140 150 152 146 135 135 125
139 148

Dari data tersebut didapat:

$$\text{Jangkauan } (J) = 159 - 120 = 39$$

$$\begin{aligned} \text{Banyaknya kelas } (k) &= 1 + 3,3 \log n \\ &= 1 + 3,3 \log 50 \\ &= 5,4 \approx 5 \end{aligned}$$

$$\text{Panjang interval kelas } (i) = \frac{j}{k} = \frac{39}{5} = 7,8 \approx 8$$

Selanjutnya, data-data itu dapat disajikan dengan kelas interval sebagai berikut.

Kelas Interval	Turus	Frekuensi
120 – 124	////	4
125 – 129		9
130 – 134		6
135 – 139		8
140 – 144		9
145 – 149		6
150 – 154		7
155 – 159	/	1
Jumlah		50

5. Ukuran Pemusatan Data (Data Tunggal)

Apabila kita mengamati data yang sudah terurut maka terdapat nilai-nilai yang cenderung mengarah ke nilai yang berada di pusat data, sehingga nilai-nilai tersebut disebut ukuran pemusatan data, yaitu: mean (rata-rata), median (nilai tengah), modus (mode), dan kuartil.

a. *Mean (Rataan Hitung)*

Mean atau nilai rata-rata dari data $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ didefinisikan dengan:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}, \text{ atau } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

x_i = data ke- i n = banyak data = \bar{x} mean (rataan hitung)

Contoh

1. Nilai rapor Ahmad pada Semester II di kelas VII adalah:

7 8 7 6 5 6 7 8 7 7

$$\begin{aligned} \text{Maka nilai rata-ratanya} &= \frac{7 + 8 + 7 + 6 + 5 + 6 + 7 + 8 + 7 + 7}{10} \\ &= \frac{68}{10} = 6,8 \end{aligned}$$

2. Perhatikan tabel di bawah ini, kemudian hitunglah meannya!

Banyaknya buku yang dipinjam	Frekuensi
0	7
1	4
2	6
3	6
4	3
5	16
Jumlah	42

Untuk menghitung rata-rata, dengan cara menambah kolom tabel akan berubah menjadi sebagai berikut.

Banyaknya buku yang dipinjam (x_i)	Frekuensi (f_i)	$f_i \cdot x_i$
0	7	0
1	4	4
2	6	12
3	6	18
4	3	12
5	16	80
Jumlah	42	126

Jadi, rata-ratanya (meannya):

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{126}{42} = 3$$

Jadi, rata-ratanya adalah 3.

Sehingga dapat disimpulkan: Mean/rata-rata = $\frac{\text{jumlah semua ukuran}}{\text{banyaknya ukuran}}$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

\bar{x} = rata-rata

f_i = data ke- i

x_i = frekuensi dari x_i

b. Median

Median adalah nilai tengah setelah data diurutkan atau nilai tengah dari data yang terurut. Median merupakan nilai yang membagi data menjadi dua kelompok yang sama banyaknya.

Untuk menentukan median apabila banyaknya data adalah ganjil, sebagai berikut.

$$\text{median} = \text{data ke-} \frac{n+1}{2}$$

Jika banyaknya data adalah genap, maka

$$\text{median} = \frac{1}{2} \left(\text{data ke-} \frac{n}{2} + \text{data ke-} \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \right)$$

Contoh

Tentukanlah median dari data:

- 3, 7, 4, 6, 5, 4, 6
- 20, 24, 21, 24, 23, 19, 23, 25, 21, 24
-

Nilai	3	4	5	6	7	8
Frekuensi	1	2	4	10	8	3

Penyelesaian:

- Urutan datanya: 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7

$$\text{Banyaknya data 7, median} = \text{data ke-} \frac{n+1}{2}$$

$$= \text{data ke-} \frac{7+1}{2} = \text{data ke-} 4 = 5$$

- b. Urutan datanya: 19, 20, 21, 21, 23, 23, 24, 24, 24, 25

$$\begin{aligned}\text{Banyaknya data 10, median} &= \frac{\text{data ke-} \frac{10}{2} + \text{data ke-} \left(\frac{10}{2} + 1\right)}{2} \\ &= \frac{\text{data ke-} 5 + \text{data ke-} 6}{2} \\ &= \frac{23 + 23}{2} = 23\end{aligned}$$

c.

Nilai	3	4	5	6	7	8
Frekuensi	1	2	4	10	8	3

$$\begin{aligned}\text{Banyaknya data 28, median} &= \frac{\text{data ke-} \frac{28}{2} + \text{data ke-} \left(\frac{28}{2} + 1\right)}{2} \\ &= \frac{\text{data ke-} 14 + \text{data ke-} 15}{2} \\ &= \frac{6 + 6}{2} = 6\end{aligned}$$

c. *Modus*

Modus adalah nilai yang paling sering muncul dari suatu data.

Contoh

Tentukanlah nilai modus dari data:

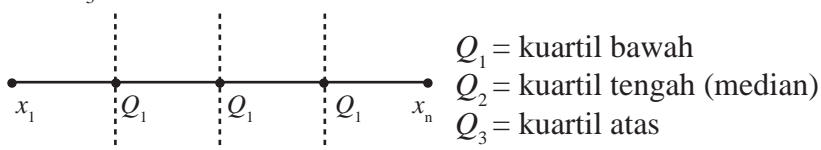
- 6, 4, 6, 5, 7, 4, 6, 8
- 3, 7, 4, 3, 5, 4, 7, 3, 7, 6, 6

Penyelesaian:

- Nilai 6 ada 3, jadi nilai modusnya 6
- Nilai 3 ada 3 dan nilai 7 ada 3
Jadi, modusnya 3 dan 7.

d. *Kuartil*

Kuartil adalah nilai-nilai yang membagi data menjadi empat kelompok data yang sama banyaknya. Nilai-nilai tersebut dilambangkan dengan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .



Untuk menentukan letak kuartil dari suatu data dapat ditentukan dengan mengikuti langkah-langkah sebagai berikut.

1. Urutkanlah data dari yang terkecil.
2. Tentukanlah terlebih dahulu kuartil tengah (Q_2), yaitu bilangan yang berada ditengah data. Bilangan ini tidak lain merupakan median.
3. Tentukanlah kuartil bawah (Q_1), yaitu bilangan yang membagi dua sama banyak data yang berada di sebelah kiri kuartil tengah.
4. Tentukanlah kuartil atas (Q_3), yaitu bilangan yang membagi dua sama banyak data yang berada di sebelah kanan kuartil tengah.

Selisih kuartil atas (Q_3) dengan kuartil bawah (Q_1) disebut jangkauan interkuartil atau *hamparan*.

Contoh

1. Nilai rapor seorang siswa kelas IX untuk 9 bidang studi sebagai berikut. 8, 7, 8, 6, 5, 7, 7, 6, 7. Tentukan Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .

Penyelesaian:

Urutan datanya: 5 6 6 7 7 7 7 8 8

\downarrow \downarrow \downarrow
 Q_1 Q_2 Q_3

$$Q_2 = \text{data ke-} \frac{9+1}{2} = \text{data ke-5} = 7$$

$$Q_1 = \frac{6+6}{2} = 6$$

$$Q_3 = \frac{7+8}{2} = 7,5$$

$$\text{Hamparan} = Q_3 - Q_1 = 7,5 - 6 = 1,5$$

- 2.

Nilai	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	4	10	8	5	2

Tabel di atas adalah tabel hasil ulangan matematika 30 siswa di suatu kelas. Tentukanlah Q_1 , Q_2 , dan Q_3 !

Penyelesaian:

Jumlah data $n = 30$

$$Q_2 = \frac{\text{data ke-} \frac{n}{2} + \text{data ke-} \frac{n}{2} + 1}{2}$$

$$= \frac{\text{data ke-} 15 + \text{data ke-16}}{2}$$

$$Q_1 = \text{data ke-8} = 6$$

$$Q_3 = \text{data ke-23} = 7$$

Kegiatan

1. Pada kegiatan sebelumnya (pengukuran atau pendataan) tinggi dan berat badan teman-teman kelas kalian, tentukanlah:
 - a. mean (rata-rata hitung)
 - b. jangkauan data
 - c. pengertian dari $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ menurut pendapatmu
 - d. median
 - e. kuartil pertama (Q_1)
 - f. kuartil kedua (Q_2)
 - g. kuartil ketiga (Q_3)
 - h. perbedaan kuartil kedua dan median? Jelaskanlah!
2. Berdasarkan hasil perhitungan ukuran pemusatan data, buatlah kesimpulan menurut pengamatan kalian!

Tokoh



Sumber: *Encarta*
Thomas Malthus

Thomas Malthus (1766 – 1834) mempelajari tentang pertumbuhan populasi penduduk dengan menggunakan statistika sehingga menyebabkan ilmu kependudukan (demografi) berkembang pesat. Beliau percaya bahwa populasi manusia meningkat lebih cepat dari pertumbuhan pangan yang diproduksi oleh manusia tersebut. Karena itu, beliau menganjurkan agar melakukan pemantangan (abstinence) berhubungan sex atau pengendalian peningkatan populasi penduduk. Malthus mengemukakan bahwa peran perang dan berjangkitnya wabah penyakit dapat mengendalikan kelebihan populasi penduduk. Beliau secara khusus menyarankan kepada orang yang menikah agar memiliki keluarga kecil. Pada masa itu, ahli ekonomi menyebut teori Malthus sebagai ilmu yang suram atau "*disimal science*"

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Hitunglah mean dari data berikut ini!
 - a. 8, 8, 7, 6, 9, 10, dan 11
 - b. Rp50,00; Rp70,00 ; Rp120,00 ; Rp80,00 ; Rp60,00 ; Rp100,00
2. Hitunglah mean, median, dan modus dari data berikut:
 - a. 4, 5, 5, 6, 7, dan 8
 - b. 8, 4, 5, 6, 7, 6, 9, 6, 4, dan 5

- c. 3 kg, 4 kg, 5 kg, 4 kg, 7 kg, dan 2 kg
- d. 1,6; 1,5; 1,6; 1,5; 1,5; 1,6; 1,6
- e. 6, 7, 6, 7, 5, 4, 8, 9, 6, 7, 8, 9, 4, dan 4

3. Tentukanlah mean, median, dan modus dari:

Nilai	Frekuensi
48	5
49	6
50	14
51	11
52	12
53	2

4. Daftar ini menunjukkan jumlah buku yang dibeli oleh seorang siswa pada suatu hari.

Jumlah buku tulis	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	0	3	4	7	9	10	5	12	10	9

Tentukanlah mean, median, dan modusnya!

5. Apakah yang dimaksud dengan jangkauan dan hampan? Jelaskan dan berilah contohnya!

6. Nilai tes matematika 13 orang siswa adalah 6, 5, 5, 7, 4, 9, 4, 8, 5, 6, 5, 5, dan 7.

Hitunglah:

- a. Mean
- b. Median
- c. Modus
- d. Q_1 , Q_2 , dan Q_3
- e. Jangkauan
- f. Hampan

7. Tentukanlah kuartil bawah (Q_1), kuartil tengah (Q_2), kuartil atas (Q_3), dan hampan dari masing-masing data di bawah ini:

- a. 5, 7, 1, 9, 3, 6, 10, 5, 6, 8, 5
- b. 4, 6, 8, 9, 12, 15, 6, 7, 8
- c. 3, 5, 7, 9, 2, 4, 5, 6, 1, 2
- d. 1, 4, 5, 7, 9, 1, 13, 14, 6, 4, 6, 5
- e. 4,4 ; 5, 2 ; 4,2 ; 4,0 ; 3,5 ; 7,5 ; 4,5 ; 4,4
4,5 ; 4,2 ; 5,3 ; 5,4 ; 5,0 ; 4,9 ; 3,5 ; 4,3

8. Tentukanlah Q_1 , Q_2 , Q_3 , dan hampan dari tabel frekuensi berikut ini.

a.

Nilai	5	6	7	8	9	10
f_i	2	3	5	6	2	1

b.

Nilai	4	5	6	7	8	9	10
f_i	3	7	9	7	6	4	3

9. Pada suatu pabrik, upah rata-rata karyawannya relatif sama. Jika upah 1 hari untuk 175 orang karyawan besarnya Rp840.000,00, berapakah besar upah rata-rata setiap karyawan dalam 1 hari?
10. Nilai rata-rata ulangan dari 11 orang siswa adalah 6,35. Kemudian, seorang siswa ikut ulangan susulan. Akibatnya, nilai rata-rata tadi naik 0,5. Berapakah nilai anak yang mengikuti ulangan susulan?
11. Nilai rata-rata tinggi badan 15 orang siswa SMP kelas IX dalam cm adalah 162,5. Kemudian, anak ke-16 diukur tingginya sehingga rata-rata semula menurun menjadi 160,5. Berapakah tinggi badan anak yang ke-16?
12. Dari 8 kali tes harian bahasa Inggris pada satu tahun, seorang siswa mendapat nilai 35, 45, 60, 35, 40, 70, 90, dan 30.
 - a. Tentukanlah median, mean, dan modusnya!
 - b. Manakah dari ketiga ukuran pemusatan itu yang menguntungkan jika akan dipilih untuk menentukan nilai rapornya?

B. Penyajian Data dalam Bentuk Diagram

Cara lain untuk menyajikan data agar dapat memberikan gambaran yang lebih jelas ialah dengan melukiskannya dalam bentuk diagram.

1. Diagram Lambang

Diagram lambang disebut juga **Piktogram**. Diagram ini banyak digunakan karena akan tampak menarik. Sebenarnya, data yang ditampilkannya dengan diagram lambang sukar diamati karena biasanya hanya memberikan gambar kasar saja.

Membuat diagram ini dapat menentukan sendiri lambang yang akan dipakainya. Hanya biasanya dibuat lambang-lambang yang mudah dipahami secara umum.

**Banyak Rumah Sederhana Dibangun oleh
PT MEKAR Tahun 1997 - 2000**



Di atas ditampilkan diagram lambang untuk menunjukkan banyaknya rumah sederhana yang dibangun oleh PT MEKAR. Dapatkah kamu menentukan banyaknya rumah yang dibangun oleh PT MEKAR pada tahun 1998 dan pada tahun 2000? Jelaskanlah!

2. Diagram Batang

Pada penyajian diagram batang, sebuah data akan disajikan dalam bentuk batang-batang atau balok-balok. Batang-batang ini dapat digambar secara mendatar, dapat pula digambar secara tegak. Letak batang yang satu dengan yang lainnya harus terpisah dan lebarnya digambarkan serasi dengan keadaan tempat diagram. Untuk berbagai keadaan dan keperluan, penyajian diagram batang ini dapat bervariasi.

Diagram batang dapat digunakan untuk menunjukkan nilai beberapa objek yang berbeda dalam kurun waktu tertentu atau untuk menunjukkan perkembangan suatu objek dalam kurun waktu tertentu.

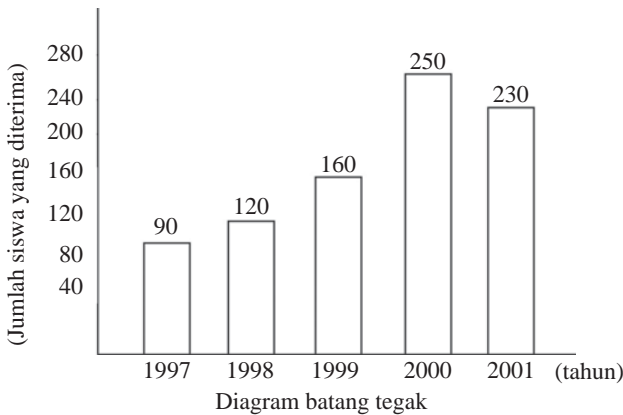
Contoh

Sebuah sekolah berdiri tahun 1997. Jumlah siswa yang diterima setiap tahun adalah sebagai berikut:

Tahun	Jumlah Siswa yang Diterima		
	Laki-laki (L)	Perempuan (P)	Jumlah
1997	40	50	90
1998	60	60	120
1999	60	100	160
2000	100	150	250
2001	130	100	230

Dari data di atas, dapat dibuat diagram batang dalam beberapa bentuk, diantaranya:

- *Diagram batang menurut jumlah siswa keseluruhan yang diterima setiap tahun:*



Dalam bentuk mendatar, diagram batang akan tampak seperti berikut.

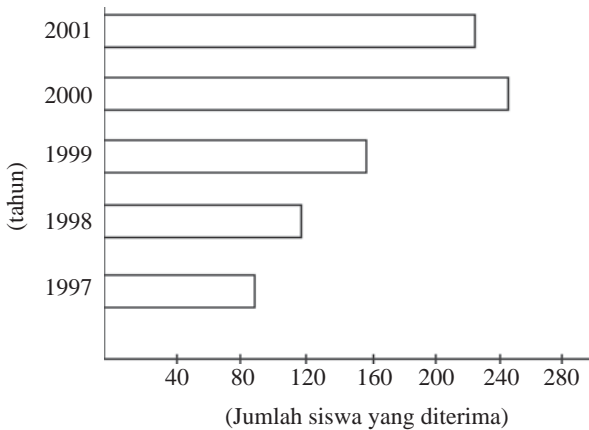


Diagram batang mendatar

Kedua diagram tersebut merupakan contoh diagram batang tunggal.

- *Diagram batang menurut jenis kelamin*

Apabila yang ingin ditampilkan adalah diagram batang menurut jenis kelamin maka diagram batang disajikan sebagai berikut.

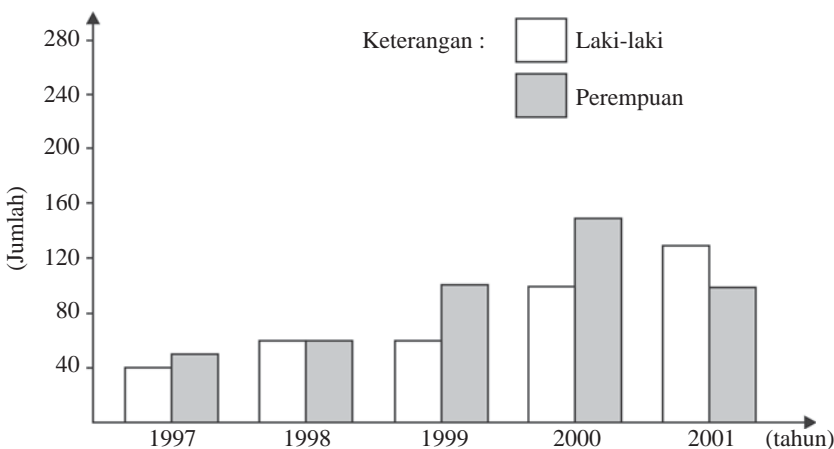


Diagram batang majemuk

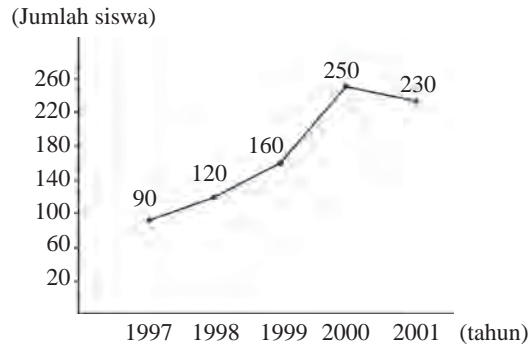
3. Diagram Garis

Diagram garis dapat digunakan untuk mengetahui perubahan data dari waktu ke waktu. Apakah perubahan itu suatu kenaikan, penurunan, atau stabil, dan bagaimanatingkat perubahannya?

Contoh

Sebuah sekolah berdiri tahun 1997. Jumlah siswa yang diterima setiap tahunnya adalah sebagai berikut.

Tahun	Jumlah siswa yang diterima
1997	90
1998	120
1999	160
2000	250
2001	230



4. Diagram Lingkaran

Dengan diagram lingkaran sebuah data statistik akan ditampilkan dalam bentuk lingkaran yang dibagi-bagi menjadi beberapa sektor atau juring. Sudut-sudut setiap sektor sebanding dengan besar nilai data.

Contoh

Pada suatu sekolah diadakan penelitian mengenai jurusan di Perguruan Tinggi yang diminati oleh para siswa. Untuk ini diambil 2 kelas sebagai sampel. Hasil penelitian tersebut adalah sebagai berikut.

Jurusan	Jumlah Peminat
Ekonomi	25
Teknik Industri	15
Hukum	2
Seni	30
Matematika	18
Jumlah	90

Besar sudut sektor atau juring yang terbentuk adalah:

$$\text{Ekonomi} = \frac{25}{90} \times 360^\circ = 100^\circ$$

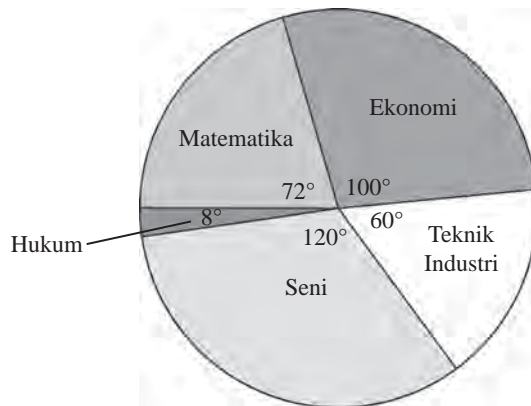
$$\text{Teknik Industri} = \frac{15}{90} \times 360^\circ = 60^\circ$$

$$\text{Hukum} = \frac{2}{90} \times 360^\circ = 8^\circ$$

$$\text{Seni} = \frac{30}{90} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{Matematika} = \frac{18}{90} \times 360^\circ = 72^\circ$$





Diagram lingkaran:



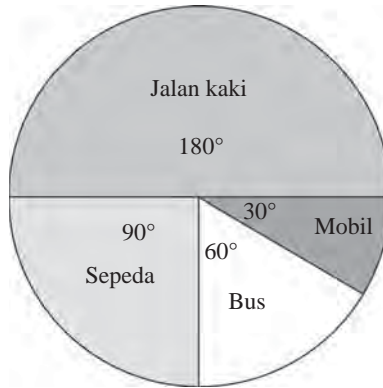
Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

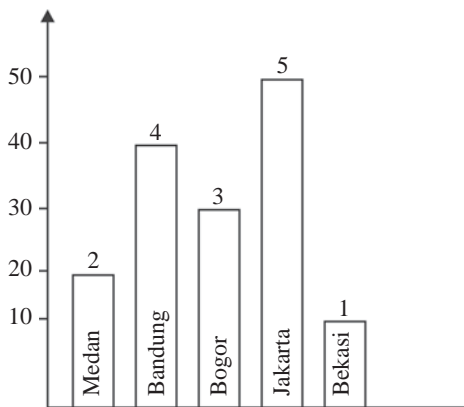
1. Piktogram di bawah ini memperlihatkan hasil survei tentang minuman favorit. Satu simbol mewakili 5 orang.
 - a. Minuman apa yang paling banyak disukai?
 - b. Minuman apa yang paling sedikit disukai?
 - c. Berapa orang yang suka kopi, teh, sirop, susu?
 - d. Berapa orang jumlah seluruhnya yang di survei?

Kopi	
Teh	
Sirop	
Susu	

2. Sekelompok siswa ditanya tentang transportasi yang digunakan untuk pergi ke sekolah, dan informasi yang diperoleh digambarkan dengan diagram lingkaran berikut. Jika ada 20 siswa yang naik mobil, tentukanlah:
- Banyaknya siswa (i) yang jalan kaki ; (ii) naik sepeda; dan (iii) naik bus.
 - Jumlah seluruh siswa yang disurvei.



3. Diagram batang berikut menggambarkan hasil survei banyaknya guru matematika SMP di suatu kota.



Berdasarkan diagram tersebut, tentukanlah:

- Jumlah guru matematika SMP seluruhnya!
 - Persentase dari sekolah yang mempunyai guru matematika lebih dari empat!
4. Hasil ulangan 15 orang siswa adalah sebagai berikut.
 20 25 20 30 25 25 30 21
 24 30 20 25 26 28 30
- Buatlah tabel frekuensinya dengan menggunakan data tunggal!
 - Gambarkanlah pula diagram batangnya!

5. Dari 50 ekor ikan yang berhasil ditangkap, didapat ukuran panjangnya sebagai berikut. Buatlah diagram batang, diagram garis, dan diagram lingkaran untuk data tersebut!

Panjang (cm)	Frekuensi
48	5
49	6
50	14
51	11
52	12
53	2

6. Hasil pengukuran tinggi badan (cm) 30 orang siswa SMP adalah sebagai berikut:

142 142 145 145 142 150 145 145 148 148
 148 145 146 147 148 143 144 145 145 150
 144 144 150 142 143 147 144 149 142 148

- Buatlah tabel frekuensinya dengan kelas interval 4 atau 5.
 - Buatlah diagram batang dari data tersebut.
7. Dari data kesehatan tiga orang, didapat pertumbuhan tinggi badan berdasarkan pertumbuhan umurnya, yaitu sebagai berikut.

Umur	Tinggi Badan A	Tinggi Badan B	Tinggi Badan C
5 tahun	90	85	92
8 tahun	110	106	110
11 tahun	120	117	125
14 tahun	142	140	146
17 tahun	150	155	160
20 tahun	155	165	172

Buatlah diagram garis dari data tersebut!

8. Dari penelitian di suatu kota, didapat data tentang karyawan yang menggunakan jenis kendaraan atau jasa angkutan dalam bekerja. Adapun datanya adalah sebagai berikut.
- 200 orang menggunakan jasa angkutan kereta.
 - 100 orang menggunakan jasa angkutan bus.
 - 80 orang menggunakan mobil pribadi.
 - 50 orang menggunakan sepeda motor.
 - 70 orang menggunakan bus antar-jemput.
- Buatlah diagram batang dan diagram lingkaran dari data ini!

9. Data di bawah ini menunjukkan banyaknya peserta tes calon pegawai di suatu perusahaan dari tahun 1996 sampai dengan 2001.

Tahun	Jumlah Peserta Tes
1996	650
1997	1.000
1998	1.750
1999	2.100
2000	2.250
2001	2.750

- a. Buatlah diagram garis untuk data di atas!
- b. Buatlah diagram batang untuk data di atas!
10. Skor hasil ulangan kimia di suatu kelas dikelompokkan menurut jenis kelamin siswa, yaitu:
- Skor siswa laki-laki (L):
- 89 92 89 63 60 97 81 79 68 91 56
- 83 73 60 55 58 49 80 71 84 79 55
- Skor siswa wanita (P):
- 71 74 40 59 68 65 53 78 92 73 64
- 43 75 85 85 74 83 60 79 69 96
- Buatlah diagram batang untuk kedua kelompok data tersebut dengan cara bersusun!

Rangkuman

- Statistika merupakan ilmu yang mempelajari metode pengumpulan, pengolahan, dan penarikan kesimpulan dari data.
- Populasi adalah kumpulan objek yang menjadi sasaran penelitian dan memiliki karakteristik yang sama.
- Sampel adalah bagian dari populasi yang diteliti secara langsung dan dapat digunakan sebagai dasar penarikan kesimpulan.
- Data tunggal merupakan datum-datum yang memiliki satuan yang sama. Data tunggal dibagi dua, yaitu data tunggal biasa dan data tunggal berbobot.
 - a. Data tunggal biasa adalah data tunggal yang disajikan tanpa menggunakan tabel frekuensi.
 - b. Data tunggal berbobot adalah data tunggal yang disajikan menggunakan tabel frekuensi.
- Jangkauan adalah selisih antara nilai terbesar dan nilai terkecil dalam satu kelompok nilai.

- Rata-rata (mean) adalah jumlah seluruh data dibagi banyaknya data.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n xi}{n} \text{ (untuk data tunggal biasa)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n fi xi}{n} \text{ (untuk data tunggal berbobot)}$$

dengan xi adalah nilai data ke- i dan fi adalah frekuensi data ke- i .

- Median adalah nilai tengah setelah data diurutkan.

Median = data ke- $\frac{n+1}{2}$, jika banyaknya data ganjil.

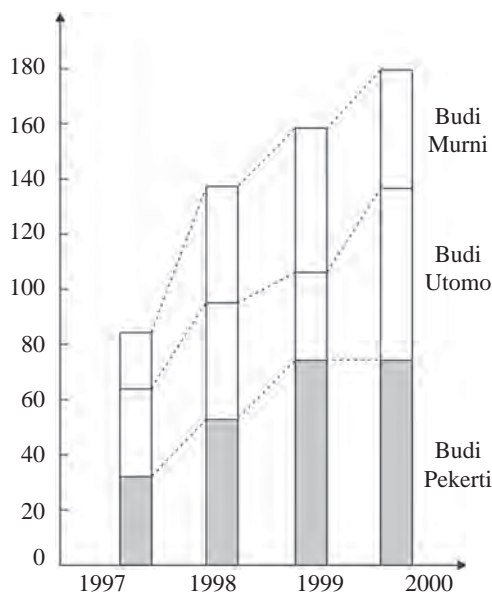
Median = $\frac{1}{2}$ (data ke- $\frac{n}{2}$ + data ke- ($\frac{n}{2} + 1$)), jika banyaknya data genap.

- Modus adalah nilai yang paling sering muncul dari suatu data.
- Kuartil adalah nilai-nilai yang membagi data menjadi empat kelompok data yang sama banyaknya. Nilai-nilai tersebut dilambangkan dengan Q_1 (kuartil bawah), Q_2 (kuartil tengah/median), Q_3 (kuartil atas).

Refleksi

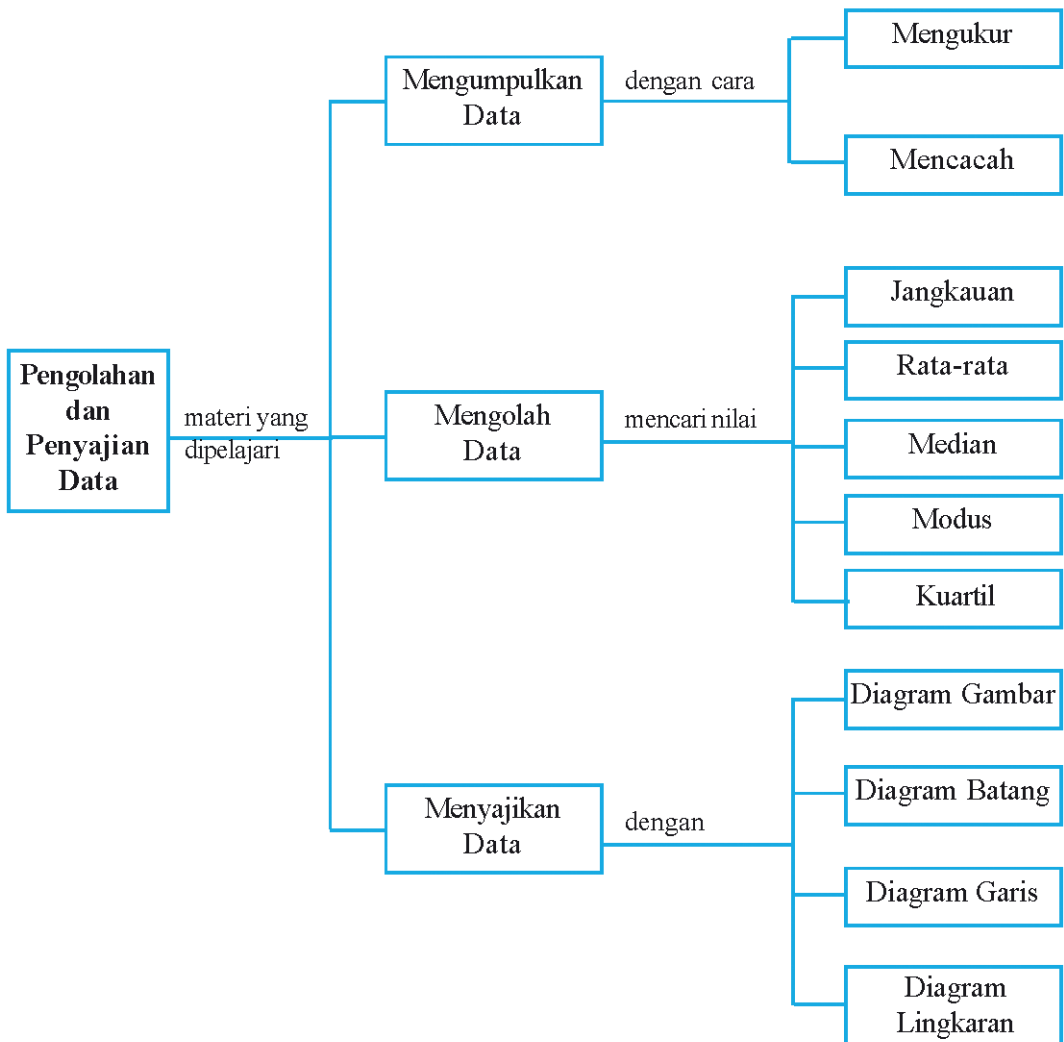
1. Berdasarkan materi yang sudah kamu pelajari, jelaskan kembali yang dimaksud dengan mean, median, modus, dan kuartil.
2. Perhatikanlah grafik batang di samping! Informasi apa yang kalian dapatkan dari grafik tersebut? Cobalah jawab pertanyaan berikut ini!
 - a. Apakah ada sekolah yang pernah mengalami penurunan jumlah siswa selama kurun waktu 1997–2000?
 - b. Jika ada, sekolah mana?
 - c. Adakah sekolah yang mengalami jumlah siswa tetap pada dua tahun berturut-turut? Sekolah mana itu?

Jumlah Siswa di Tiga Sekolah dari Tahun 1997 – 2000



- d. Apakah terjadi peningkatan jumlah siswa dari ketiga sekolah selama empat tahun itu?
- e. Berapakah jumlah semua siswa dari ketiga sekolah itu pada tahun 1997, 1998, 1999, dan 2000?

Peta Konsep



Uji Kompetensi Akhir Bab 3

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Seorang peneliti ingin mengetahui terjangkit (ada) atau tidak ada flu burung yang menyerang ayam-ayam di peternakan di Kota Makassar. Untuk itu, ia memeriksa 10 ekor ayam di masing-masing peternakan yang ada di kota Makassar. Populasi penelitian tersebut adalah . . .
A. 10 ekor ayam
B. 11 ekor ayam di masing-masing peternakan di kota Makassar
C. Seluruh ayam yang ada di peternakan di Kota Makassar
D. Seluruh ayam yang ada di Kota Makassar
- Nilai rata-rata tes matematika 15 siswa adalah 6,6. Bila nilai Dinda disertakan maka nilai rata-rata menjadi 6,7. Nilai Dinda dalam tes matematika tersebut adalah . . .
A. 7,6
B. 7,8
C. 8,2
D. 8,4
- Diagram di samping memperlihatkan distribusi pilihan siswa dalam kegiatan ekstrakurikuler. Diketahui banyaknya siswa adalah 480 orang. $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle COD = 70^\circ$, $\angle DOE = 50^\circ$, dan $\angle AOE = 120^\circ$. Perbandingan banyaknya pemilih kerajinan ukir dan tari adalah . . .
A. 3 : 5
B. 4 : 5
C. 3 : 10
D. 2 : 5
- Nilai rata-rata dari tabel di bawah ini adalah . . .



Nilai (x)	Frekuensi
4	2
5	7
6	13
7	6
8	1
9	1

- A. 7,5
B. 7
C. 6,5
D. 6

- 8.

Median dari data di atas adalah

- 9.

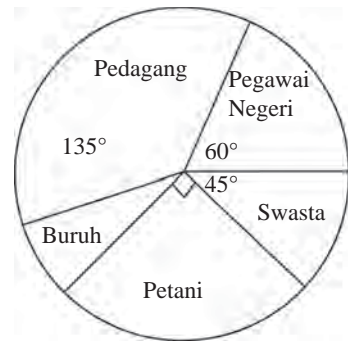
Tabel berikut menunjukkan nilai ulangan matematika dari sekelompok siswa . . .
Median dari nilai ulangan matematika tersebut adalah . . .

10. Dari dua belas siswa yang dites matematika diperoleh data tersebut adalah . . .

- ### Bab 3 Pengolahan dan Penyajian Data

B. Selesaikanlah soal-soal berikut ini!

- Diagram di samping menyatakan jenis pekerjaan penduduk. Jika banyak penduduk yang menjadi pegawai negeri 28 orang, maka berapakah perbandingan jumlah penduduk pekerja swasta dengan buruh?



- Skor hasil ulangan Kimia di suatu kelas dikelompokkan menurut jenis kelamin siswa, yaitu:

92 89 63 60 97 81 79 68 91 56

73 60 55 58 49 80 71 84 79 55

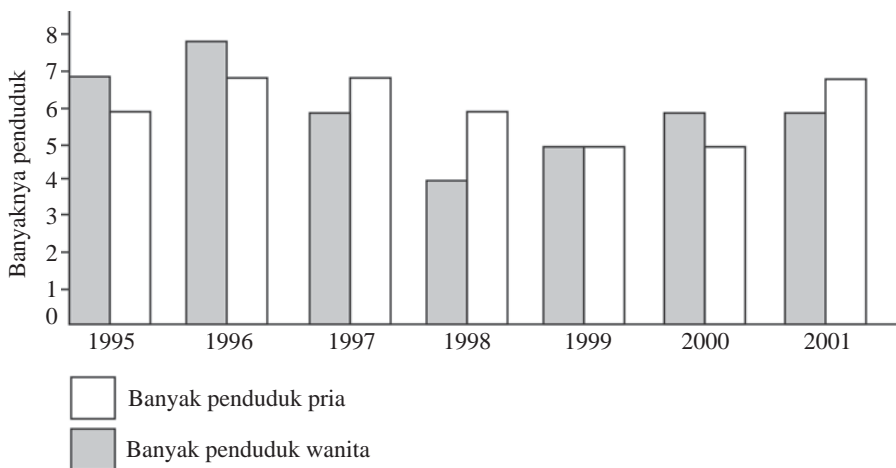
Skor siswa laki-laki (L):

71 74 40 59 68 65 53 78 92 73

43 75 85 85 74 83 60 79 69 96

Buatlah diagram batang untuk kedua kelompok data tersebut dengan cara bersusun!

- Hasil tes matematika 14 orang siswa adalah sebagai berikut: 4, 5, 5, 6, 7, 8, 7, 6, 9, 7, 5, 9, 8, 7. Berapakah banyaknya siswa yang memperoleh nilai di bawah rata-rata
- Diagram batang tersebut menyatakan banyak penduduk dalam ratusan ribu di suatu kabupaten.



- Pada tahun berapa, jumlah penduduk wanita sama dengan penduduk pria?
- Ubahlah diagram batang untuk data penduduk pria menjadi bentuk diagram lingkaran!

5. Hasil ulangan Matematika tercantum pada tabel di samping. Berapakah median dari data tersebut?

Nilai	Frekuensi
9	4
8	7
7	10
6	12
5	4
4	3

* * *

BAB

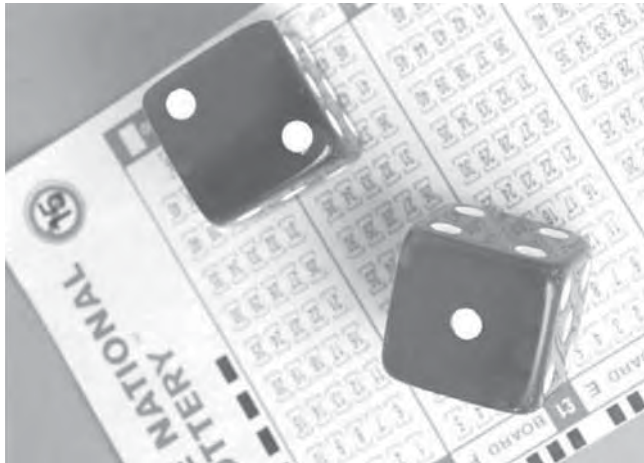
4

Peluang

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang peluang kejadian sederhana. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- mengenal pengertian sampel dan populasi;
- menjelaskan pengertian percobaan statistika, ruang sampel, titik sampel kejadian;
- menentukan ruang sampel suatu percobaan dengan mendata titik-titik sampelnya;
- menghitung peluang masing-masing titik pada ruang sampel;
- menghitung peluang dengan pendekatan frekuensi relatif;
- menghitung peluang secara teoretis;
- menentukan dan menghitung nilai peluang suatu kejadian.



Sumber: gallery.hd.org

Teori peluang mulai dikembangkan pada abad ke-17 ketika para ahli matematika mencoba untuk mencari tahu kemungkinan gagal atau berhasil dalam permainan kartu atau dadu. Pada saat ini, peluang digunakan untuk kegiatan yang bersifat prakiraan. Seperti prakiraan curah hujan, kemenangan pertandingan, dan sebagainya. Dua buah dadu bersisi enam muka dilambungkan bersamaan sebanyak satu kali. Tentukan peluang munculnya jumlah kedua dadu kurang dari 5!

Materi Prasyarat

Materi tentang peluang merupakan materi baru yang akan kamu pelajari karena belum pernah dipelajari sebelumnya. Sebagai prasyarat mempelajari materi ini, coba kamu ingat kembali konsep himpunan yang telah dipelajari di kelas VII.

Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

1. Pak Rahmat mempunyai tiga potong celana (C_1, C_2, C_3) dan mempunyai lima baju (B_1, B_2, B_3, B_4, B_5). Buatlah ruang sampel untuk pasangan baju dan celana Pak Iwan!
2. Tiga mata uang dilemparkan bersama-sama. Tentukan:
 - a. ruang sampelnya;
 - b. titik sampel untuk munculnya dua angka;
 - c. titik sampel untuk munculnya paling sedikit sebuah gambar.
3. Apabila sebuah dadu dilemparkan satu kali, tentukan peluang muncul:
 - a. mata dadu 2
 - b. mata dadu ganjil
 - c. mata dadu lebih dari 2
 - d. mata dadu kurang dari 4
 - e. mata dadu angka prima
4. Suatu huruf dipilih secara acak dari huruf-huruf pembentuk nama "AGHNIA WARDHA". Tentukan peluang yang dipilih itu huruf:
 - a. A
 - b. H
 - c. D
5. Dari satu set kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak. Tentukan peluang terambilnya:
 - a. kartu berwarna merah
 - b. kartu as
 - c. kartu king
 - d. kartu bernomor 9 warna hitam
 - e. kartu queen warna merah

Sebelum melakukan pertandingan, pernahkah kamu mendengar orang bertanya tentang berapa peluang? Kita bisa mengalahkan tim lawan? Atau pernahkah kamu mendengar tentang berapa peluang kita bisa memenangkan pertandingan ini?



Sumber: www.football-wallpapers.com

Dalam matematika, istilah peluang digunakan untuk menyatakan atau memperkirakan suatu kejadian yang akan berlangsung.

A. Ruang Sampel Percobaan

Lingkup pembelajaran kali ini tentang populasi dan sampel, percobaan statistik, ruang sampel, dan titik sampel kejadian.

1. Pengertian Populasi dan Sampel

Populasi (population) terkadang disebut dengan universarium (universer), yang dapat diartikan sebagai keseluruhan unsur-unsur atau kumpulan dari individu, elemen atau unit yang memiliki satu atau beberapa karakteristik. Contoh yang termasuk populasi antara lain sekumpulan siswa di kelas III SMP Budi Pekerti pada tahun pelajaran 2003 – 2004, atau sekumpulan penduduk di kandang peternakan milik Sartika.

Umumnya penelitian terhadap populasi atau untuk menaksir keadaan populasi, dilakukan dengan melakukan pengukuran terhadap sebagian dari keseluruhan populasi. Pengukuran untuk meneliti populasi dan karakteristiknya terhadap sebagian populasi disebut dengan sampel.

Kata Kunci

- Diagram pohon
- Frekuensi harapan
- Frekuensi relatif
- Kejadian
- Kisaran nilai peluang
- Peluang kejadian majemuk
- Ruang sampel
- Tabel
- Titik sampel

2. Pengertian Percobaan Statistika, Ruang Sampel, dan Titik Sampel Kejadian

Percobaan atau eksperimen adalah suatu ketentuan atau prosedur tertentu yang diikuti untuk memperoleh hasil tertentu. Jadi, percobaan statistika adalah percobaan dengan mengikuti kaidah-kaidah statistika.

Ruang sampel atau sample space, adalah himpunan dari data yang dilakukan untuk percobaan atau penelitian. Dengan perkataan lain, semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan statistika, yang biasanya dilambangkan dengan notasi "S".

Titik sampel kejadian adalah percobaan pada ruang sampel tertentu atau dapat dikatakan dengan himpunan bagian dari suatu sampel.

3. Ruang Sampel Kejadian

Kegiatan melempar uang logam, melempar dadu, mengambil sebuah kartu dari seperangkat kartu bridge, dan sebagainya yang dilakukan satu kali atau secara berulang-ulang dan hasilnya dicatat untuk memperoleh suatu kesimpulan disebut percobaan statistika.

Pada percobaan melempar dadu, kemungkinan hasil yang muncul adalah 1, 2, 3, 4, 5 atau 6. Angka-angka 1, 2, 3, 4, 5 atau 6 disebut *titik sampel* sedangkan himpunan yang anggotanya terdiri dari 1, 2, 3, 4, 5, dan 6 disebut *ruang sampel*. Jadi, *ruang sampel* adalah himpunan semua titik sampel atau himpunan dari semua kejadian yang mungkin dari suatu percobaan. Ada tiga cara dalam menentukan ruang sampel, yaitu cara pendataan, cara diagram pohon, dan cara tabel.

a. Cara Mendaftar

Marilah kita lihat contoh berikut!

Contoh

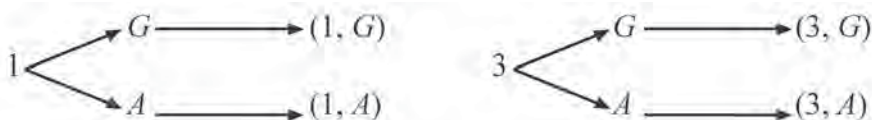
- | | |
|---|--|
| 1. Melempar mata uang logam.
Hasil: gambar (<i>G</i>) dan angka (<i>A</i>)
Ruang sampel: $S : \{G, A\}$ | 2. Melempar sebuah dadu.
Hasil: 1, 2, 3, 4, 5, dan 6.
Ruang sampel: $S : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ |
|---|--|

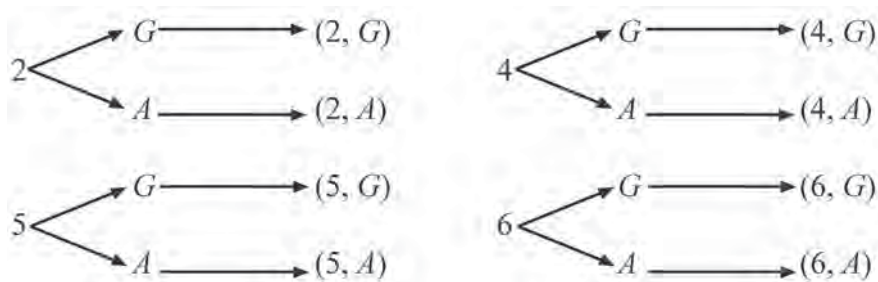
b. Diagram Pohon

Marilah kita perhatikan contoh di bawah ini!

Contoh

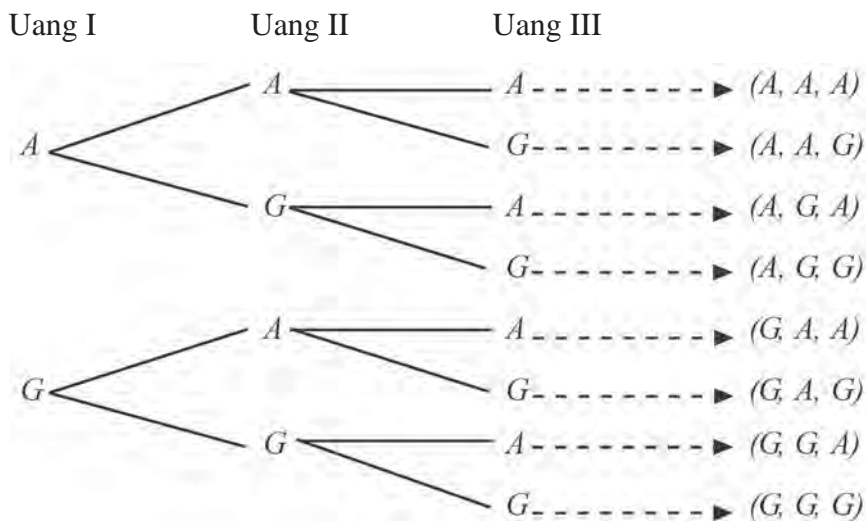
- Melempar sebuah dadu dan sebuah mata uang. Ruang sampel yang ditunjukkan dengan diagram pohon adalah sebagai berikut.





Jadi, titik sampelnya ada 12.

2. Melempar 3 keping uang logam. Ruang sampel yang ditunjukkan dengan diagram pohon adalah sebagai berikut.



Jadi, titik sampelnya ada 8

sehingga $S : \{(A, A, A), (A, A, G), (A, G, A), (A, G, G), (G, A, A), (G, A, G), (G, G, A), (G, G, G)\}$

c. Tabel

Marilah kita simak contoh berikut!

Contoh

	G	A
G	(G, G)	(G, A)
A	(A, G)	(A, A)

Pada percobaan melempar dua mata uang logam, titik-titik sampel ditunjukkan pada tabel di samping. Jadi, titik sampelnya ada 4.

Contoh

Pada percobaan melempar sebuah dadu, tentukan ruang sampel dan kejadian muncul mata prima.

Penyelesaian:

Ruang sampel $S : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Kejadian muncul mata prima $E : \{2, 3, 5\}$

Macam-macam peristiwa/kejadian:

- Kejadian sederhana, yaitu kejadian yang memuat satu titik sampel.
- Peristiwa pasti (kejadian pasti), yaitu kejadian yang memuat semua titik contoh.
- Peristiwa mustahil, yaitu kejadian yang memuat tidak satu pun titik contoh.
- Peristiwa majemuk, yaitu peristiwa/kejadian yang dapat dinyatakan dengan gabungan beberapa kejadian sederhana.

Contoh

Pada pelemparan 3 mata uang 1 kali pada bidang datar, *ruang sampelnya adalah* $S : \{AAA, AAG, AGA, AGG, GAA, GAG, GGA, GGG\}$.

Kejadian mustahil adalah munculnya selain ke-8 rangkaian itu.

Kejadian sederhana adalah munculnya salah satu di antara titik-titik sampel, misalnya munculnya 3 angka (AAA).

Kejadian pasti, yaitu muncul sedikitnya 1 koin adalah gambar atau angka.

Kejadian majemuk adalah munculnya himpunan bagian dan kejadian di atas yang lebih dari 1 titik sampel, misalnya muncul minimal 2 permukaan mata koin yang sama, $\{AAG, AAA\}$.

Diskusikan

Pada percobaan melempar sebuah dadu, ruang sampelnya adalah $S : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Diskusikan bersama teman sebangku kalian apakah dapat dibuat ruang sampel yang lain untuk percobaan dadu? Jelaskanlah!

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

Tentukanlah ruang sampel dan kejadian pada percobaan berikut ini!

- Dua koin dilemparkan bersama-sama.
Kejadian: muncul dua gambar {keterangan Gambar (G) dan Angka (A)}.
- Memilih kartu bernomor 1 sampai dengan 11.
Kejadian: mendapatkan kartu bernomor berlipatan 3.
- Satu dadu dan satu koin dilemparkan bersama.
Kejadian: muncul mata dadu prima dan muncul angka pada koin.

4. Memilih 3 pelajar teladan dari 5 pelajar yang terdiri dari 3 pelajar putri dan dua 2 pelajar putra.
Kejadian: terpilih 3 pelajar putri
5. Dua dadu dilemparkan bersama.
Kejadian: muncul mata dadu berjumlah 9.
6. Mengambil 3 bola dari sebuah kotak yang terdiri dari 2 bola merah dan 2 bola hijau.
Kejadian: mendapatkan jumlah bola merah lebih dari bola hijau.

B. Peluang Kejadian

Apabila kita melempar sebuah dadu, maka ruang sampelnya $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Pada pelemparan dadu tersebut,

- a. kemungkinan muncul mata 1 adalah $\frac{1}{6}$
- b. kemungkinan muncul mata 2 adalah $\frac{1}{6}$
- c. kemungkinan muncul mata 3 adalah $\frac{1}{6}$.

Nilai-nilai kemungkinan muncul mata 1, mata 2, mata 3, dan seterusnya disebut peluang. Jadi, peluang adalah nilai dari suatu kemungkinan.

1. Frekuensi Relatif

Apabila kita melakukan percobaan sebanyak n kali dan ternyata muncul hasil A sebanyak a kali, maka frekuensi relatif dari kejadian A adalah $p(A) = \frac{a}{n}$

Contoh

Pada percobaan melempar sebuah dadu sebanyak 100 kali ternyata muncul mata 3 sebanyak 16 kali. Berapa frekuensi relatif munculnya mata tiga?

Penyelesaian:

$$\text{Frekuensi relatif muncul mata tiga} = \frac{16}{100} = \frac{4}{25} = 0,16$$

Info Plus

Awal mula ditemukannya ilmu hitung adalah karena adanya permasalahan pada seorang bangsawan Prancis bernama Chevalier de Mere yang senang berjudi. Dia meminta bantuan kepada Blaise Pascal (1623 – 1662) untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan permainan dadu. Pada mulanya Pascal belum bisa menyelesaikan masalah ini secara sendirian, dan akhirnya Pascal bersama rekannya Piere de Fermat (1601 – 1665) berhasil memecahkan masalah ini dan lahirlah cabang matematika baru yaitu Probability Theory (ilmu hitung peluang).



Sumber: www.klett-cotta.de

Blaise Pascal



Sumber: www.mathematik.de

Piere de Fermat

2. Kisaran Nilai Peluang

Seperti telah dikemukakan dalam pembahasan sebelumnya bahwa di dalam suatu percobaan terdapat beberapa hasil yang mungkin terjadi. Adapun nilai peluang munculnya suatu hasil yang dimaksud adalah banyaknya hasil yang dimaksud atau banyaknya hasil yang mungkin.

Dengan kata lain, peluang terjadinya A adalah perbandingan antara banyaknya anggota kejadian A (titik sampel) dengan banyaknya anggota ruang sampel S . Selanjutnya, dirumuskan seperti berikut ini.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

Keterangan:

$P(A)$ = nilai kemungkinan atau peluang terjadinya kejadian A ;

$n(A)$ = banyaknya anggota kejadian A atau banyaknya hasil yang dimaksud;

$n(S)$ = banyaknya anggota ruang sampel atau banyaknya hasil yang mungkin terjadi.

Contoh

1. Sebuah dadu dilempar satu kali, tentukanlah peluang munculnya:
a. mata 3 b. mata ganjil c. mata prima

Penyelesaian:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

- a. Jika A adalah kejadian muncul mata 3 : $\{3\}$

$$n(A) = 1$$

$$\text{Jadi, } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

- b. Jika B adalah kejadian muncul mata ganjil : $\{1, 3, 5\}$

$$n(B) = 3$$

$$\text{Jadi, } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

- c. Jika C adalah kejadian muncul mata prima : $\{2, 3, 5\}$

$$n(C) = 3$$

$$\text{Jadi, } P(C) \text{ adalah } = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

2. Sebuah kotak berisi 10 kelereng merah dan 30 kelereng biru. Jika satu kelereng diambil secara acak, berapa nilai peluang terambilnya kelereng berwarna merah dan berwarna biru?

Penyelesaian:

$$n(S) = 10 + 30 = 40$$

$$n(\text{merah}) = 10 \text{ dan } n(\text{biru}) = 30$$

$$P(\text{merah}) = \frac{n(\text{merah})}{n(S)} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

$$\text{Jadi, nilai peluang terambilnya kelereng merah} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$P(\text{biru}) = \frac{n(\text{biru})}{n(S)} = \frac{30}{40} = 0,75 = 75\%.$$

$$\text{Jadi, nilai peluang terambilnya kelereng biru} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Batas-batas nilai peluang sebuah kejadian A berisi nilai-nilai peluang yang mungkin dari suatu kejadian. Adapun besar nilai $\frac{n(A)}{n(S)}$ tersebut bermacam-macam, yaitu $0, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}$, atau 1. Dari nilai-nilai itu jika kita buat batasannya, nilai 0 merupakan batas terkecil dan nilai 1 merupakan batas terbesar.

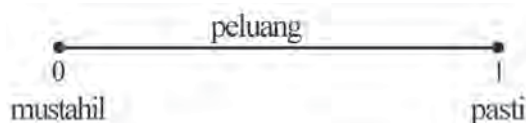
Perhatikanlah!

Bila A himpunan bagian dari S, maka:

$$0 \leq n(A) \leq n(S) \text{ sehingga}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Jadi, nilai peluang suatu kejadian adalah 0 pada kejadian yang mustahil dan bernilai 1 pada kejadian yang pasti. Perhatikanlah skala berikut ini.



Contoh

Perhatikanlah gambar di bawah ini!



Suatu lempeng yang bernomor 1, 2, 3, 4, dan 5 diputar. Setelah berhenti berputar, jarum akan menunjukkan pada salah satu angka. Oleh karena itu, $P(2)$ artinya peluang jarum menunjuk angka 2.

Tentukanlah:

- a. $P(3)$;
- b. $P(\text{ganjil})$;
- c. $P(\text{prima})$;
- d. $P(\text{genap})$;
- e. $P(0)$;
- f. $P(\text{bilangan yang kurang dari } 6)$

Penyelesaian:

Ruang sampel $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Jadi, $n(S) = 5$

$$\text{a. } P(3) = \frac{n(3)}{n(S)} = \frac{1}{5}$$

$$\text{b. } P(\text{ganjil}) = \frac{n(\text{ganjil})}{n(S)} = \frac{3}{5}$$

$$\text{c. } P(\text{prima}) = \frac{n(\text{prima})}{n(S)} = \frac{3}{5}$$

$$\text{d. } P(\text{genap}) = \frac{n(\text{genap})}{n(S)} = \frac{2}{5}$$

$$\text{e. } P(0) = \frac{n(0)}{n(S)} = \frac{0}{5} = 0$$

$P(0)$: mustahil terjadi karena lempeng tidak ada angka 0 (nol).

$$\text{f. } P(\text{bilangan kurang dari } 6) = \frac{5}{5} = 1$$

$P(\text{bilangan kurang dari } 6)$: pasti terjadi karena semua nomor pada lempeng kurang dari 6. Dari contoh tersebut, apakah yang dapat kamu simpulkan?

3. Frekuensi Harapan

Apakah yang dimaksud dengan frekuensi harapan? Sudah kita ketahui bahwa hasil dari suatu percobaan tidak dapat diramalkan dengan tepat. Jika kita melemparkan atau mengetes uang logam sebanyak 300 kali, tentu kita harapkan munculnya gambar sebanyak 150 kali. Mengapa demikian? Banyaknya kemunculan yang kita harapkan dari serangkaian percobaan biasanya disebut frekuensi harapan.

Jadi, frekuensi harapan dapat dikatakan seperti berikut ini.

Frekuensi harapan dari suatu hasil adalah nilai kemungkinan dari hasil percobaan sebanyak n kali.

$$F(A) = n \cdot P(A)$$

Keterangan:

$F(A)$ = frekuensi harapan

$P(A)$ = peluang kejadian A

n = banyaknya percobaan

Sebuah dadu dilempar 300 kali, tentukan frekuensi harapan munculnya:

- a. mata genap b. mata kurang dari 3

Penyelesaian:

$$S: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

$$n = 300$$

- a. Misal A adalah mata genap: $\{2, 4, 6\}$

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$F(A) = n \cdot P(A)$$

$$= 300 \cdot \frac{1}{2} = 150$$

Jadi, frekuensi harapan muncul mata genap sebanyak 150 kali.

- b. Misal B adalah mata kurang dari 3 = $\{1, 2\}$

$$n(B) = 2$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$F(B) = n \cdot P(B)$$

$$= 300 \cdot \frac{1}{3} = 100$$

Jadi, frekuensi harapan muncul mata kurang dari 3 adalah sebanyak 100 kali.

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Di suatu kelas terdapat 22 murid laki-laki dan 18 murid perempuan yang namanya ditulis pada sehelai kertas. Kemudian, digulung dan dimasukkan ke dalam sebuah kotak. Jika suatu gulungan diambil dari kotak secara acak, tentukanlah nilai peluang yang terambil kertas adalah:
 - a. nama murid perempuan,
 - b. nama murid laki-laki.
2. Jika sebuah dadu dilempar, tentukanlah nilai peluang munculnya:
 - a. mata dadu genap,
 - b. mata dadu 5,
 - c. mata dadu kurang dari 3,
 - d. mata dadu prima.

3. Di sebuah ruang pameran kendaraan terdapat 40 mobil dengan merek dan jenis yang sama, 16 mobil berwarna merah, 10 mobil berwarna biru, 8 mobil berwarna putih, dan sisanya berwarna hitam. Jika semua mobil mempunyai peluang yang sama untuk dijual pertama kali, tentukanlah nilai peluang mobil dijual:
 - a. berwarna biru,
 - b. berwarna merah,
 - c. berwarna putih,
 - d. bukan putih atau hitam.
4. Hitunglah nilai peluang orang mengalami:
 - a. mati
 - b. abadi
5. Sebuah kelereng diambil secara acak dari sebuah kotak yang berisi 5 kelereng merah, 3 kelereng putih, dan 4 kelereng biru. Tentukan nilai peluang munculnya:
 - a. kelereng merah,
 - b. kelereng biru,
 - c. kelereng putih,
 - d. kelereng bukan merah,
 - e. kelereng bukan putih,
 - f. kelereng bukan biru.
6. Jika dua buah dadu dilempar, berapakah nilai peluang munculnya:
 - a. mata dadu genap,
 - b. mata dadu prima,
 - c. mata dadu berjumlah 12,
 - d. mata dadu berjumlah 4,
 - e. mata dadu berjumlah 9,
 - f. mata dadu berjumlah 3 atau 6
 - g. mata dadu berjumlah 10 dan 12,
 - h. mata dadu berjumlah kurang dari 6.
7. Pada satu set kartu bridge, satu kartu diambil secara acak, tentukanlah peluang terambilnya kartu:
 - a. As
 - b. Hitam
 - c. bukan hati
 - d. As atau merah
8. Sebuah perusahaan asuransi memperkirakan bahwa besar kemungkinan seorang karyawan mengalami kecelakaan dalam satu tahun adalah 14%. Berapakah dari 2.000 karyawan diperkirakan akan mengalami kecelakaan?
9. Diketahui bahwa peluang seorang anak lulus ujian adalah 0,95. Berapa di antara 400 anak diperkirakan tidak akan lulus ujian?
10. a. Tulislah ruang sampel dari percobaan dua buah dadu yang dilemparkan bersama-sama!
 b. Tentukan nilai P (ganjil), P (genap), P (6), P (3), dan P (12).
 c. Berapakah bilangan ganjil yang akan muncul jika lemparan dilakukan sebanyak 500 kali?
11. Peluang dalam satu hari seorang pengendara sepeda motor berhenti karena lampu merah adalah 0,20. Berapa kali dia menemui lampu merah jika melewati lampu jalan tersebut sebanyak 50 kali dalam satu hari?
12. Suatu sekolah memperkirakan bahwa besar kemungkinan siswa yang sakit dalam satu caturwulan adalah 5%. Apabila jumlah siswa di sekolah tersebut ada 160 orang, berapakah siswa yang diperkirakan sakit selama satu caturwulan itu?
13. Dalam suatu kantong terdapat 10 kelereng biru dan 20 kelereng hijau. Apabila diambil beberapa peluang dan pengambilannya diulang sebanyak 200 kali, tentukan peluang terambilnya:
 - a. kelereng biru
 - b. kelereng hijau

4. Peluang Kejadian Majemuk

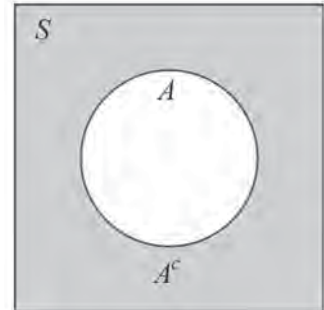
a. Peluang Komplemen dari Suatu Kejadian

Pada gambar diagram venn di samping, bagian yang diarsir adalah komplemen dari kejadian A (dituliskan A^c atau A').

$$n(A^c) = n(S) - n(A)$$

$$\frac{n(A^c)}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} - \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$



Contoh

Dari seperangkat kartu bridge diambil sebuah kartu secara acak. Tentukanlah peluang terambilnya bukan kartu raja.

Penyelesaian:

$$n(S) = 52$$

Misal A adalah kartu raja

$$n(A) = 12$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

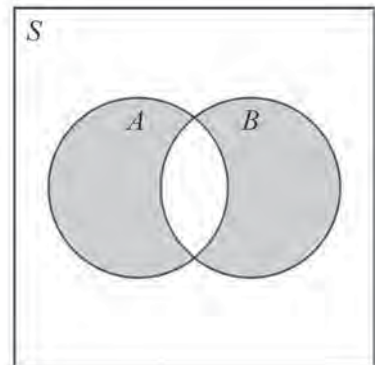
$$= 1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$$

b. Peluang Kejadian A atau B

Perhatikan diagram venn di samping!

Peluang terjadinya A atau B adalah yang diarsir dan ditulis $P(A \cup B)$.

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)} \\ &= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \end{aligned}$$



Jadi, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Contoh

Terdapat sepuluh kartu yang diberi nomor 1 sampai 10. Jika diambil satu kartu secara acak, berapa peluang terambilnya kartu dengan nomor bilangan prima atau kartu dengan nomor bilangan ganjil?

Penyelesaian:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Misal A = kejadian terambilnya bilangan prima $\{2, 3, 5, 7\}$

B = kejadian terambilnya bilangan ganjil $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$A \cap B = \{3, 5, 7\}$$

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \text{atau}$$

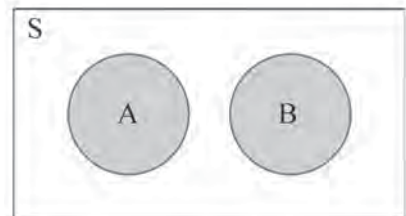
$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= \frac{4}{10} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{9}{10} - \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

Jika $(A \cap B) = \emptyset$ atau $n(A \cap B) = 0$, maka:

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - 0 \\ &= P(A) + P(B) \end{aligned}$$

Peluang ini disebut peluang kejadian saling asing atau saling lepas. Dengan kata lain, suatu kejadian dikatakan saling asing jika $A \cap B = \emptyset$, seperti yang digambarkan pada diagram venn di samping.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Contoh

Pada sebuah kotak terdapat 3 kelereng biru, 4 kelereng hijau, 6 kelereng putih, dan 7 kelereng merah. Jika diambil dua buah secara acak, tentukanlah peluang terambilnya:

- kelereng hijau atau putih
- kelereng putih atau merah

Penyelesaian:

Misal: $n(B)$ = banyaknya kelereng biru

$n(H)$ = banyaknya kelereng hijau

$n(P)$ = banyaknya kelereng putih

$n(M)$ = banyaknya kelereng merah

$$n(S) = n(B) + n(H) + n(P) + n(M)$$

$$= 3 + 4 + 6 + 7 = 20$$

- a. $P(H \cup P) = P(H) + P(P)$
 $= \frac{4}{20} + \frac{6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$
- b. $P(P \cup M) = P(P) + P(M)$
 $= \frac{6}{20} + \frac{7}{20} = \frac{13}{20}$

Kegiatan

Dua dadu dilemparkan bersama-sama. Bagaimanakah menentukan peluang $P(4)$, $P(7 \text{ atau } 12)$?

Ikutilah langkah-langkah berikut!

Ruang sampelnya diperlihatkan dengan tabel berikut. Lengkapilah di buku tulismu!

Dadu pertama

Dadu kedua	II I						
		1	2	3	4	5	6
1	1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	2	(2, 1)
3	3	(3, 1)
4	4	(4, 1)
5	5	(5, 1)
6	6	(6, 1)

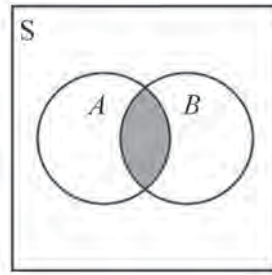
- a. $P(4) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$ (karena kejadian jumlah mata dadu 4 didapat dari (1, 3),
 (...), dan (...))
- b. $P(7 \text{ atau } 12) = P(7) + P(12)$ (karena kejadian jumlah mata
 dadu 7 didapat dari: (6, 1),
 (1, 6), (5, 2), (2, 5), (3, 4), (4,
 3), dan kejadian jumlah mata
 dadu 12 didapat dari (6, 6)).
- $$= \frac{6}{36} + \frac{1}{36}$$
- $$= \frac{7}{36}$$

6. Peluang Kejadian A dan B

Pada gambar di samping ini, yang diarsir adalah $A \cap B$.

Peluang kejadian A dan B atau dapat ditulis $P(A \cap B)$ adalah

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$



Contoh

1. Dari seperangkat kartu bridge, diambil satu buah secara acak. Tentukanlah peluang terambilnya kartu As dan berwarna merah!

Penyelesaian:

A = kejadian terambilnya kartu As

$$n(S) = 52$$

B = kejadian terambilnya kartu merah

$$n(A \cap B) = 2$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$$

2. Sebuah dadu dilempar dua kali, tentukanlah peluang muncul mata tiga pada pelemparan pertama dan muncul mata enam pada pelemparan kedua!

Penyelesaian:

Ruang sampelnya ditampilkan pada tabel di bawah ini.

I \ II	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

Misalkan A = kejadian muncul mata 3 pada pelemparan I

B = kejadian muncul mata 6 pada pelemparan II

$$n(S) = 36$$

$$= n(S_I) \times n(S_{II}) = 6 \times 6 = 36$$

$$A \text{ dan } B = A \cap B = \{(3, 6)\}$$

$$\begin{aligned}
 P(A \cap B) &= \frac{1}{36} \\
 &= \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \\
 &= P(A) \times P(B)
 \end{aligned}$$

Ternyata dapat diketahui bahwa $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Pada contoh di atas kejadian-kejadian pada pelemparan I tidak memengaruhi kejadian-kejadian pada pelemparan II, kejadian ini disebut kejadian yang saling bebas. Peluang kejadiannya disebut peluang kejadian saling bebas dan berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Contoh

1. Dua dadu dilempar satu kali. Tentukanlah peluang muncul mata dadu ganjil pada dadu pertama dan mata dadu genap pada dadu kedua. Kejadian ini adalah kejadian saling bebas.

Penyelesaian:

Misalkan A = kejadian muncul mata ganjil pada dadu I

B = kejadian muncul mata genap pada dadu II

$$\begin{aligned}
 P(A \cap B) &= P(A) \times P(B) \\
 &= \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

2. Pada sebuah kotak terdapat 6 bola merah dan 4 bola biru. Apabila diambil dua bola secara berurut dan tidak dikembalikan, tentukanlah peluang terambilnya bola biru pada pengambilan pertama dan kedua!

Penyelesaian:

Misalkan A = kejadian terambilnya bola biru pada pengambilan pertama

B = kejadian terambilnya bola biru pada pengambilan kedua

Kejadian B ini dipengaruhi oleh kejadian A dan ditulis B/A

$$P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$P(B/A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Jadi, } P(A \cap B) &= P(A) \times P(B/A) \\
 &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}
 \end{aligned}$$

Peluang kejadian seperti ini disebut peluang kejadian bersyarat dan berlaku:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Dua dadu hitam dan putih diundi, tentukanlah:
 - a. P (2 atau 6)
 - b. P (8 atau 7)
 - c. P (bilangan genap)
 - d. P (lebih dari 6)
 - e. P (4 dan 10)
 - f. P (3 dan 7)
2. Dadu hitam dan dadu hijau dilempar secara bersama, tentukanlah besarnya peluang untuk mendapatkan hasil berikut:
 - a. Memuat 1 pada dadu hijau
 - b. Memuat 2 pada dadu hitam atau 6 pada dadu hijau
3. Dua dadu diundi, berapakah peluang hasil dadu yang kedua kurang dari hasil dadu yang pertama?
4. Pada suatu toko terdapat 100 buah sepeda dengan jenis yang sama, yaitu 25 sepeda warna merah, 30 warna hitam, 20 warna biru, dan 25 berwarna hijau. Jika semua sepeda mempunyai kemungkinan yang sama terjual pertama kali, tentukanlah nilai peluang sepeda berwarna:
 - a. Biru
 - b. Merah
 - c. Hitam
 - d. Hijau
 - e. Hitam atau biru
 - f. Hijau atau merah
 - g. Merah atau biru
 - h. Bukan merah dan hitam
5. Suatu huruf dipilih secara acak dari kata KONDISIONER. Tentukanlah nilai jumlahnya jika yang terpilih huruf berikut:
 - a. O
 - b. I
 - c. O atau I
 - d. K
 - e. R
 - f. Bukan K atau R
6. Dalam sebuah kantong terdapat 20 butir kelereng kuning, 10 butir kelereng oranye, dan 8 butir kelereng merah jambu. Tentukanlah nilai peluang terambilnya:
 - a. Kelereng kuning atau oranye
 - b. Bukan kelereng oranye atau kuning
 - c. Kelereng merah jambu dan kuning
 - d. Bukan kelereng kuning dan oranye
7. Sebuah mata uang logam dan dadu ditos bersama-sama.
 - a. Buatlah daftar ruang sampelnya!
 - b. Tentukanlah P (A dan 6), P (G dan 4).
8. Sebuah lempeng bernomor 1, 2, 3, dan 4. Masing-masing nomor mempunyai peluang yang sama untuk ditusuk oleh jarum.
 - a. Buatlah daftar dari pasangan berurutan putaran pertama dan putaran kedua!
 - b. Tentukanlah nilai peluang dari dua bilangan genap, bilangan genap diikuti bilangan ganjil, dan bilangan ganjil diikuti bilangan genap!

9. Lempeng bernomor 1, 2, 3, 4, dan 5 diputar satu kali, kemudian ditos sebuah dadu. Buatlah daftar dari pasangan berurutan (lempeng dadu)! Hitunglah:
 - a. P (genap, genap).
 - b. P (jumlah 10).
 - c. P (jumlah kurang dari 6).
 - d. P (jumlah 1).
 - e. P (genap, ganjil) atau (ganjil, genap).
10. Dalam sebuah kantong terdapat 3 bola merah dan 4 bola hijau. Diambil satu bola dua kali berturut-turut dan dikembalikan. Berapa besarnya peluang mendapatkan:
 - a. Bola pertama merah dan bola kedua hijau
 - b. Keduanya bola merah
 - c. Pertanyaan seperti a dan b, tetapi bola tidak dikembalikan
11. Sebuah penelitian memperkirakan bahwa peluang seorang pria dapat hidup sampai 65 tahun adalah 90%, sedangkan peluang seorang wanita dapat hidup pada usia yang sama adalah 0,85. Berapakah peluangnya jika kedua orang itu dapat hidup pada usia yang sama?
12. Peluang seorang pemain basket menjaringkan bola pada daerah tiga angka adalah 0,75, sedangkan pada daerah dua angka adalah 0,9. Dia diberi kesempatan untuk melempar bola di daerah dua angka dan tiga angka masing-masing 50 kali. Tentukanlah peluang banyaknya bola yang dijaringkan pada setiap daerah lempar!
13. Peluang seorang pria akan hidup sepuluh tahun lagi adalah $\frac{1}{4}$. Peluang istrinya akan hidup sepuluh tahun lagi adalah $\frac{1}{3}$. Hitunglah peluang:
 - a. Keduanya akan hidup sepuluh tahun lagi.
 - b. Sekurang-kurangnya salah satu akan hidup sepuluh tahun lagi.
 - c. Tidak seorang pun akan hidup dalam sepuluh tahun lagi.
 - d. Hanya suami yang akan hidup dalam sepuluh tahun lagi.
 - e. Hanya istri yang akan hidup dalam sepuluh tahun lagi.
14. Peluang Pak Adam terpilih menjadi kepala Desa Sukorejo adalah $\frac{3}{10}$, sedangkan peluang Pak Parno terpilih menjadi kepala Desa Margorahayu adalah $\frac{4}{5}$. Berapa peluang:
 - a. Keduanya terpilih menjadi kepala desa.
 - b. Keduanya tidak terpilih.
 - c. Pak Adam terpilih dan Pak Parno tidak terpilih.
15. Dari 30 tamu di sebuah pertemuan diketahui 10 orang gemar minum kopi dan 15 orang gemar minum teh, sedangkan yang gemar kedua minuman sekaligus tidak ada. Jika dipilih secara acak 1 orang. Berapa peluang mendapatkan orang yang gemar minum teh atau kopi?

Rangkuman

- Ruang sampel adalah himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan dan titik sampel adalah setiap anggota ruang sampel. Ruang sampel dapat disusun menggunakan diagram pohon dan tabel.
- Peluang kejadian A dirumuskan sebagai:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

dengan $P(A)$ menyatakan peluang kejadian A, $n(A)$ menyatakan banyak kejadian acak A, dan $n(S)$ menyatakan banyak titik sampel yang mungkin.

- Peluang kejadian bukan A ($P(\bar{A})$) dirumuskan sebagai:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

- Batas-batas nilai peluang kejadian A dituliskan sebagai:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

dengan $P(A) = 0$ menyatakan peluang kemustahilan dan $P(A) = 1$ menyatakan peluang kepastian.

- Frekuensi harapan kejadian A dinotasikan sebagai $E(A)$ dan dirumuskan sebagai:

$$E(A) = P(A) \times N$$

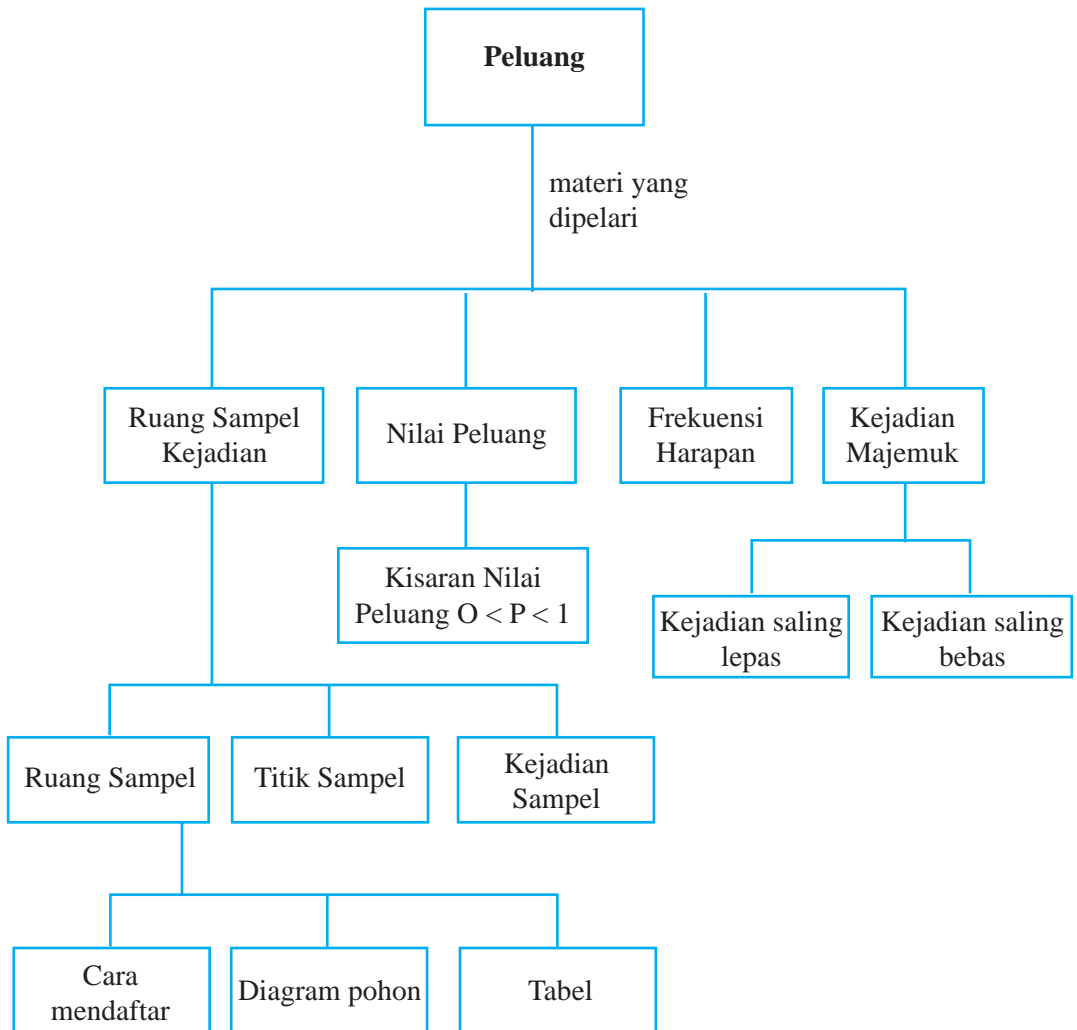
dengan N adalah banyak percobaan yang dilakukan.

Refleksi

Setelah kamu mempelajari bab ini, coba definisikan kembali pengertian-pengertian berikut ini.

- a. Ruang sampel
- b. Peluang dan frekuensi harapan
- c. Peluang komplemen suatu kejadian
- d. Peluang kejadian majemuk dan jenis-jenisnya.

Peta Konsep



Uji Kompetensi Akhir Bab 4

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

1. Pada percobaan lempar undi 3 uang logam sejenis secara bersamaan sebanyak satu kali, banyak titik sampel untuk dua angka dan satu gambar adalah . . .
A. 6
B. 4
C. 3
D. 2
2. Sebuah dadu dilempar undi maka peluang muncul mata dadu bilangan prima adalah . . .
A. $\frac{1}{6}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{2}{3}$
3. Dua buah dadu dilempar bersama-sama. Peluang munculnya mata dadu berjumlah 6 atau 9 adalah . . .
A. $\frac{5}{324}$
B. $\frac{1}{9}$
C. $\frac{5}{36}$
D. $\frac{1}{4}$
4. Di dalam sebuah kotak terdapat 10 bola lampu, tiga di antaranya mati. Seorang mengambil acak sebuah bola lampu dan tidak mengembalikan bola lampu tersebut. Besar peluang terambilnya bola lampu hidup pada pengambilan kedua adalah . . .
A. $\frac{2}{3}$
B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{9}$
D. $\frac{1}{9}$
5. Dari 900 kali percobaan lempar undi dua buah dadu bersama-sama, frekuensi harapan munculnya mata dadu berjumlah 5 adalah . . .
A. 300
B. 225
C. 180
D. 100
6. Dari 50 siswa terdapat 30 orang yang gemar lagu-lagu pop, 25 orang gemar lagu-lagu dangdut, 10 orang gemar keduanya dan 5 orang yang tidak gemar lagu pop maupun lagu dangdut. Bila dipanggil satu-satu secara acak sebanyak 100 kali maka harapan terpanggilnya kelompok siswa yang hanya gemar lagu-lagu dangdut adalah . . .
A. 15 kali
B. 25 kali
C. 30 kali
D. 50 kali

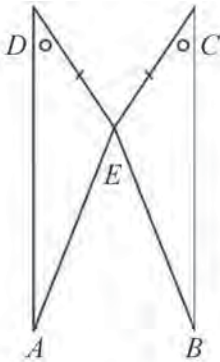
- B. Selesaikanlah soal-soal berikut ini!**

- 119

LATIHAN ULANGAN UMUM 1

1. Pilih jawaban A, B, C, atau D untuk setiap pernyataan atau soal berikut ini!

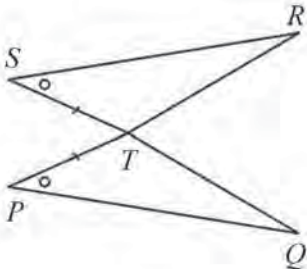
1.



Dari gambar di samping yang merupakan pernyataan yang benar adalah

- A. $\angle ADE \neq \angle BCE$
- B. $AE \neq BE$
- C. $AD = BC$
- D. $ED \angle EC$

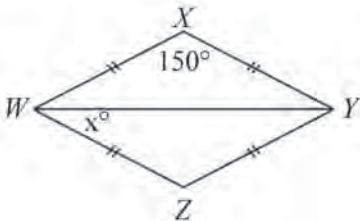
2.



Dari gambar di samping yang merupakan pernyataan yang salah adalah

- A. $ST = PT$
- B. $PQ = SR$
- C. $\angle STR \neq \angle PTQ$
- D. $\triangle STR \angle \triangle PTQ$

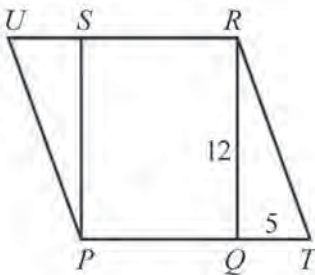
3.



Besar sudut x° pada bangun WXYZ adalah

- A. 30°
- B. 60°
- C. 150°
- D. 15°

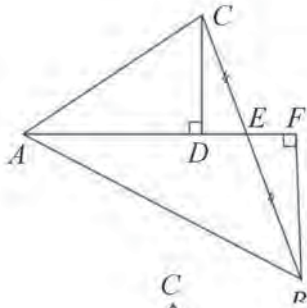
4.



Pada gambar di samping, PQRS adalah persegi panjang, jika $QT = SU$, maka panjang UP adalah

- A. 12
- B. 13
- C. $\sqrt{119}$
- D. 12,5

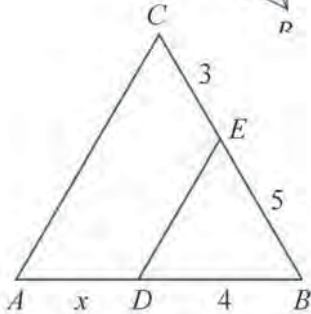
5.



Diketahui bahwa $BE = CE$. Pernyataan yang salah dari gambar di samping adalah . . .

- A. $CD = BF$
- B. $DE = EF$
- C. $\triangle AEC \equiv \triangle ABE$
- D. $\triangle CDE \equiv \triangle BEF$

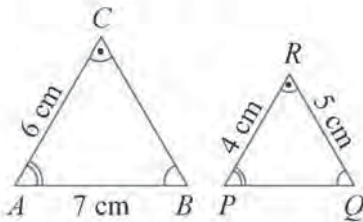
6.



Panjang x pada gambar di samping ini adalah . . .

- A. 2,4 satuan panjang
- B. 4,2 satuan panjang
- C. 2,5 satuan panjang
- D. 3 satuan panjang

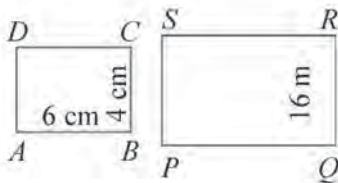
7.



Perhatikan gambar di samping dengan cermat. Panjang BC adalah . . .

- A. 4,67 cm
- B. 6 cm
- C. 5 cm
- D. 7,5 cm

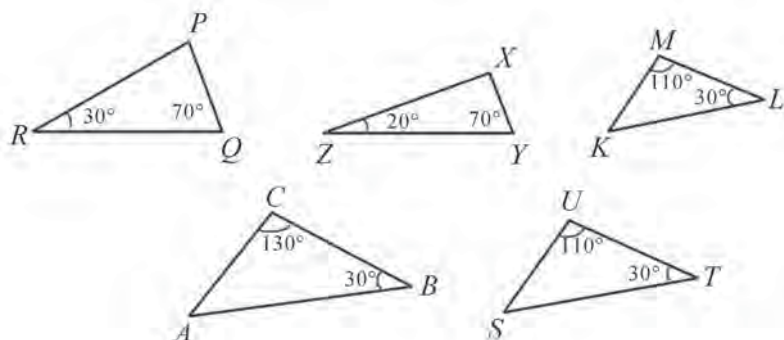
8.



Bangun persegi panjang $ABCD$ sebangun dengan kebun $PQRS$. Panjang kebun tersebut adalah . . .

- A. 240 cm
- B. 24 m
- C. 2,4 m
- D. 240 m

9.



Di antara bangun-bangun tersebut yang memiliki bentuk yang sebangun adalah . . .

- A. $\triangle RPQ$ dan $\triangle XYZ$ C. $\triangle ABC$ dan $\triangle STU$
 B. $\triangle MKL$ dan $\triangle ABC$ D. $\triangle MKL$ dan $\triangle STU$
10. Sebuah truk memiliki bayangan di atas tanah sepanjang 800 cm, sedangkan pada saat yang sama sebuah batang kayu yang memiliki tinggi 4 m memiliki bayangan sepanjang 5 m. Tinggi truk tersebut adalah . . .
- A. 6.400 cm C. 6,4 m
 B. 64 cm D. 640 m
11. Panjang jari-jari alas tabung yang luas selimutnya $144 \pi \text{ cm}^2$ dan tingginya 12 cm adalah . . .
- A. 6 cm C. 10 cm
 B. 8 cm D. 12 cm
12. Panjang jari-jari bola yang volumenya $972 \pi \text{ cm}^3$ adalah . . .
- A. 6 cm C. 12 cm
 B. 9 cm D. 15 cm
13. Luas alas kerucut yang tingginya 15 cm dan panjang garis pelukisnya 17 cm adalah . . .
- A. $64 \pi \text{ cm}^2$ C. $289 \pi \text{ cm}^2$
 B. $225 \pi \text{ cm}^2$ D. $324 \pi \text{ cm}^2$
14. Perbandingan volume kerucut dan tabung yang jari-jari alasnya sama serta tingginya sama adalah . . .
- A. 1 : 3 C. 9 : 1
 B. 1 : 9 D. 3 : 1
15. Perbandingan volume bola yang berjari-jari 10 cm dan volume bola yang berjari-jari 20 cm adalah . . .
- A. 1 : 2 C. 1 : 6
 B. 1 : 4 D. 1 : 8
16. Di dalam tabung terdapat sebuah bola yang menyinggung sisi-sisi tabung tersebut. Perbandingan volume tabung dan bola adalah . . .
- A. 3 : 4 C. 2 : 3
 B. 2 : 3 D. 3 : 2

17. Seseorang membeli kaleng-kaleng bekas dengan perbandingan harga berdasarkan perbandingan volume kaleng. Jika kaleng berjari-jari 30 cm dibelinya dengan harga Rp900,00, maka harga kaleng yang berjari-jari 10 cm (dengan tinggi sama) adalah. . . .

A. Rp450,00 C. Rp200,00
B. Rp300,00 D. Rp100,00

18. Nilai yang membagi data menjadi dua kelompok yang sama banyaknya disebut

A. mean C. quartil
B. modus D. median

19. Dalam suatu kelas diadakan ulangan harian dan hasil-hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut.

70 45 70 45 50 55 70 80 60 70 60
60 55 70 80 90 60 70 55 60 80 70

Modusnya adalah

A. 80 C. 55
B. 60 D. 70

20. Pada suatu penelitian diperoleh data sampel 7, 8, 4, 9, 5, 6, 8, 5, 6, maka nilai median dari data sampel itu adalah

A. 5 C. 7
B. 6 D. 9

- 21.

Nilai	Frekuensi
4	3
5	2
6	5
7	8
8	3

Nilai ulangan matematika dari sekelompok siswa adalah seperti pada tabel di samping. Rata-rata nilai ulangan tersebut adalah

A. $6\frac{1}{2}$ C. 6
B. 7 D. $6\frac{6}{21}$

- 22.

Nilai	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	3	4	2	2

Nilai ulangan Bahasa Inggris seorang siswa dibuat dengan daftar di samping.

Nilai median siswa tersebut adalah

A. 6 C. 8
B. 7 D. 9

23. Pada suatu hari, lamanya menggunakan pesawat telepon di suatu kantor dinyatakan dalam suatu menit, tercatat data sebagai berikut.

3, 6, 10, 5, 6, 2, 2, 7, 13

Mean menggunakan telepon tersebut adalah

A. 6 C. 7
B. 8 D. 9

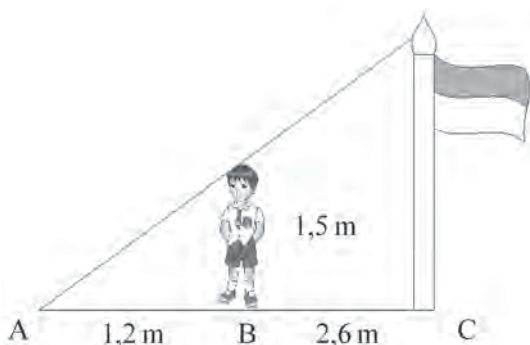
24. Dari sekumpulan nilai hasil ujian diperoleh nilai 64, 58, 65, 40, 46, 53, 50. Hamparan/jangkauan interkuartilnya adalah . . .
- A. 46
B. 18
C. 64
D. 53
25. Di suatu SMP diadakan survei terhadap 180 siswa. Hasilnya diperoleh data 25 siswa senang sains, 40 siswa senang pengetahuan sosial, 35 siswa senang matematika, 50 siswa senang Bahasa Inggris, dan 30 siswa senang olahraga dan kesehatan. Jika data tersebut dibuat diagram lingkaran, luas daerah pada juring pengetahuan sosial membentuk sudut . . .
- A. 50°
B. 60°
C. 80°
D. 70°

Diketahui diagram batang di atas. Dari diagram batang tersebut meannya adalah . . .

- 27.

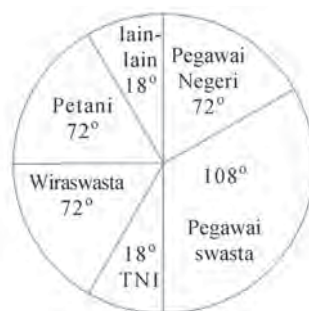
 Menggambarkan
10 siswa

3. Perhatikan gambar di bawah ini!



Seorang siswa berdiri di depan tiang bendera. Berapakah tinggi tiang bendera?

4. Sebuah pabrik drum yang berbentuk tabung memproduksi drum baru yang jari-jari alasnya 2 kali lebih besar dibandingkan jari-jari drum lama. Jika drum baru volumenya 9.264 cm^3 , berapakah volume drum lama?
5. Perbandingan harga bola pada sebuah toko ditentukan berdasarkan perbandingan volumenya. Jika bola yang berjari-jari 10 cm harganya Rp30.000,00, maka berapakah harga bola yang berjari-jari 15 cm.
6. Dalam suatu kumpulan 60 orang yang terdiri dari dokter dan hakim diketahui bahwa umur rata-rata mereka adalah 60 tahun. Jika umur rata-rata hakim adalah 60 tahun dan umur rata-rata dokter adalah 45 tahun, tentukan:
 - a. banyaknya dokter,
 - b. banyaknya hakim.
7. Perhatikan diagram lingkaran di samping ini! Jika banyaknya seluruh orang tua siswa 400, maka berapakah banyaknya orang tua siswa yang berprofesi sebagai pegawai swasta?
8. Dalam satu kelas diketahui yang gemar PKn 10 siswa, gemar IPA 6 siswa, gemar IPS 9 siswa, gemar Bahasa Indonesia 12 siswa, dan gemar matematika 8 siswa. Jika data itu disajikan dalam diagram lingkaran, maka berapakah besar sudut pusat untuk siswa yang gemar matematika?
9. Dari 10 siswa akan dipilih 3 siswa untuk mewakili sekolah dalam lomba matematika tingkat kabupaten. Berapakah banyaknya formasi yang mungkin terjadi?
10. Pada pelemparan sebuah dadu sebanyak 200 kali, banyaknya mata 4 muncul 33 kali. Berapakah frekuensi relatifnya?



* * *

BAB

5

Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang kesebangunan bangun datar dan penggunaannya dalam pemecahan masalah. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- menjelaskan pengertian bilangan bulat yang eksponennya negatif, positif, dan nol;
- mengubah pangkat positif menjadi negatif dan sebaliknya;
- mengenal arti pangkat positif dan negatif;
- mengenali arti bilangan pecahan berpangkat dan menemukan hasilnya;
- mengubah bentuk akar suatu bilangan bulat menjadi bilangan berpangkat pecahan dan sebaliknya;
- menghitung perpangkatan dari akar suatu bilangan;
- menyelesaikan operasi kali, bagi, tambah, kurang, dan pangkat suatu bilangan berpangkat tak sebenarnya;
- merasionalkan bentuk akar kuadrat ...(*)



Sumber: upload.wikimedia.org

Pada pembelahan makhluk hidup bersel satu awalnya terdiri dari satu sel. Kemudian, membelah menjadi dua sel. Dari dua sel masing-masing melakukan pembelahan sehingga menjadi empat sel. Dari empat sel masing-masing membelah lagi dan sekarang menjadi delapan sel. Demikian seterusnya. Apa yang dapat kalian simpulkan dari hasil pembelahan makhluk hidup bersel satu tersebut? Apakah merupakan perkalian berulang?

Materi Prasyarat

Untuk mempermudah kamu mempelajari materi yang akan dipelajari, coba ingat kembali materi yang akan dipelajari, coba ingat kembali materi tentang sifat-sifat operasi hitung dan bentuk-bentuk aljabar yang telah dipelajari di kelas VII dan VIII.

Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

1. Tentukanlah hasilnya!

a. $3^2 \times 3^4$

d. $\frac{7 \times 8^4}{8^2}$

b. $\frac{2^8}{2^5}$

e. $\frac{3^6}{3^4}$

c. $\frac{(4^2)^2}{4}$

f. $2^4 : 2^2$

2. Sederhanakanlah bentuk-bentuk berikut ini!

a. $m^2 \times m^4$

d. $x^2y^2 \times x^5$

b. $a^6 \times a^{10}$

e. $\frac{(a^5)^3}{(a^3)^5}$

c. $3x^4 \times x^5$

f. $\frac{3(ab)^2}{(9ab)^3}$

3. Tentukanlah nilai x berikut ini!

a. $3^{x-2} = 243$

b. $9^{x-2} = \sqrt{27^{x+2}}$

c. $25^x = 510$

4. Selesaikanlah operasi hitung bentuk akar berikut!

a. $2\sqrt{7} - 6\sqrt{8}$

b. $\frac{2}{5}\sqrt{8} + 6\sqrt{8}$

c. $8\sqrt{4a} - 3\sqrt{9a}$

d. $2\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12}$

5. Sederhanakanlah bentuk berikut ini!

a. $\frac{2}{2\sqrt{5}}$

c. $\frac{4}{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}$

b. $\frac{3}{6 - \sqrt{5}}$

d. $(3\sqrt{5} + \sqrt{7})(3\sqrt{5} - \sqrt{7})$

Dalam proses matematika, penulisan bilangan, baik dalam bentuk penjumlahan maupun perkalian yang relatif panjang, perlu dipermudah. Hal ini sebenarnya dapat dilakukan dengan cara eksponensial, yaitu suatu bentuk yang menunjukkan pada pangkat berapa bilangan itu harus diperbanyak untuk menghasilkan suatu bilangan tertentu.

Kata Kunci

- Akar
- Basis
- Eksponen
- Faktor
- Pangkat
- Sekawan

A. Pangkat Bilangan Bulat

1. Pangkat Bulat Positif

Seringkali kita menemukan suatu operasi yang merupakan perkalian berulang dari sebuah bilangan yang sama.

Misalnya:

1. $3 \times 3 \times 3$

2. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

3. $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$

Kita memerlukan suatu notasi singkat yang dapat menyatakan operasi tersebut. Notasi singkat itu ditemukan pertama kali oleh *Rene Descartes* (1596 – 1650), yang disebut dengan notasi eksponen atau notasi pangkat.

Sehingga:

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

2. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

3. $(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^5$

Bentuk a^n (dibaca: a pangkat n) disebut *bilangan berpangkat a* dinamakan *bilangan pokok* atau *basis* dan n dinamakan *pangkat* atau *eksponen*.

Jika a adalah bilangan real dan n bilangan bulat positif, a^n didefinisikan sebagai hasil perkalian a sebanyak n , yaitu:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{sebanyak } n \text{ faktor}}$$

untuk $n = 1$, $a^1 = a$

Contoh

Tentukanlah hasilnya!

a. $25 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$
 $= 32$

b. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{27}$

c. $(-5)^4 = (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)$
 $= 625$

d. $-4 = -(4 \times 4 \times 4)$
 $= -64$

Kegiatan

Berikut ini adalah sifat-sifat yang berlaku pada bilangan berpangkat bulat positif dimana a , b , bilangan real m , n , bilangan bulat positif.

1. $a^m \times a^n = a^{m+n}$
2. $b^m : b^n = b^{m-n}$ untuk $m > n$ dan $b \neq 0$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^m = a^m b^m$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, untuk $b \neq 0$

Cobalah buktikan sifat-sifat bilangan bulat positif tersebut! Buatlah contohnya!

2. Pangkat Bulat Negatif

Pada sifat bilangan bulat $b^m : b^n = b^{m-n}$, bagaimana apabila $m < n$, m , n bilangan bulat positif, b bilangan real, $b \neq 0$? Perhatikanlah contoh berikut:

$$3^2 : 3^3 = 3^{2-3} = 3^{-1}$$

Berapakah hasil perkalian 3 sebanyak -1 ?

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$
$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ untuk } a \neq 0$$

Untuk $a \in R, a \neq 0$ berlaku: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ atau $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

$$a^3 : a^3 = \frac{a^3}{a^3} = 1$$

Jadi, $a^0 = 1$

Contoh

$$1. \quad 3^5 : 3^5 = 3^{5-5} = 3^0$$

$$3^5 : 3^5 = \frac{3^5}{3^5} = 1$$

Jadi, $3^0 = 1$

$$2. \quad 4^3 : 4^3 = 4^{3-3} = 4^0$$

$$4^3 : 4^3 = \frac{4^3}{4^3} = 1$$

Jadi, $4^0 = 1$

Untuk setiap $a \in R$, $a \neq 0$, maka berlaku $a^0 = 1$

Tokoh



Ahli matematika Prancis yaitu Rene Descartes (1596-1650) adalah orang yang pertama kali mengenalkan penggunaan notasi pangkat a^2 , a^3 , dan sebagainya pada tahun 1637.

Sumber: Encarta, 2004

Diskusikan

Bersama dengan teman sebangku kalian, selidiki:

$$1. \quad a^m \times a^n = \dots$$

$$a. \quad m = -n, a \text{ bilangan real}$$

$$b. \quad -m = n, a \text{ bilangan real}$$

$$2. \quad (a^m)^n = \dots$$

$$a. \quad m = 0 \text{ dan } n \text{ bilangan real}$$

$$c. \quad m = 0 \text{ dan } n = 0$$

$$b. \quad m \text{ bilangan real dan } n = 0$$

Dari hasil diskusi di atas buat kesimpulan kalian!

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Tulislah bentuk-bentuk di bawah ini dalam bentuk pangkat bulat positif!

$$a. \quad 3^{-2}$$

$$d. \quad 3a^2 \cdot b^{-3}$$

$$g. \quad \frac{1}{3^{-2}a^4}$$

$$b. \quad 5^{-3}$$

$$e. \quad x^{-2} \cdot b^{-4}$$

$$h. \quad \frac{1}{4^{-3} \cdot 5^{-2}}$$

$$c. \quad a^{-2}$$

$$f. \quad 2^{-1} \cdot a^{-3} \cdot b$$

$$i. \quad \frac{3}{a^{-3} \cdot b^2}$$

2. Hitunglah!

a. 3^{-2}

c. $\frac{1}{2^{-3}}$

e. 2^{-6}

b. $8 \cdot 2^{-2}$

d. $\frac{4}{3^{-2}}$

f. $12 \cdot 3^{-3}$

3. Hitunglah!

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

c. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$

e. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

d. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$

f. $\left(\frac{6}{5}\right)^{-3}$

B. Bilangan Pecahan Berpangkat dan Bilangan Berpangkat Pecahan

1. Bilangan Pecahan Berpangkat

Bagaimana bila suatu bilangan pecahan $\left(\frac{a}{b}\right)$ dipangkatkan dengan bilangan bulat positif? Apabila a dan b bilangan bulat positif. Agar kita dapat mengenal lebih tentang bentuk $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ perhatikan penjabaran bilangan berikut.

i. $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{4^3}$

ii. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^4}{3^4}$

iii. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} = \frac{a \times a}{b \times b} = \frac{a^2}{b^2}$

iv. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{\text{ada } n \text{ faktor}} = \frac{\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{ada } n \text{ faktor}}}{b^n} = \frac{a^n}{b^n}$

Info Matematika

Di galaksi kita, Galaksi Bima Sakti terdapat sekitar 1011 atau 100 miliar bintang. sementara itu, di alam semesta ada sekitar 109 atau 1 miliar galaksi. Jika setiap galaksi terdiri dari 1011 bintang, berapakah bintang di alam semesta kita? Sungguh mahabesar Tuhan Sang Pencipta kita.

Apabila a dan b bilangan bulat, n bilangan bulat positif $b \neq 0$, $= \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Contoh

Hitunglah!

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

c. $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

Penyelesaian:

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3}$
 $= \frac{1}{8}$

b. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$
 $= \frac{16}{81}$

c. $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3}$
 $= \frac{27}{125}$

2. Bilangan Berpangkat Pecahan

Bentuk-bentuk seperti $3^{\frac{1}{3}}$, $2^{\frac{2}{5}}$, $2^{-\frac{2}{3}}$, $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{-\frac{3}{5}}$ adalah bentuk-bentuk bilangan berpangkat pecahan dan secara umum ditulis: $a^{\frac{m}{n}}$ dengan $a \in R$, m dan $n \in$ bilangan asli, $a \neq 0$ dan $n \neq 0$. Perhatikanlah penjabaran pangkat dari bilangan berpangkat:

$$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) = 3^6 = 3^{2 \cdot 3}$$

$$(2^4)^2 = 2^4 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^8 = 2^{4 \cdot 2}$$

Untuk $a \in R$, berlaku $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Contoh

Sederhanakanlah!

a. $(4^2)^5$

b. $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3$

c. $(5^6)^{\frac{1}{6}}$

Penyelesaian:

a. $(4^2)^5 = 4^{10}$

b. $\left(3^{\frac{1}{3}}\right)^3 = 3^{\frac{3}{3}} = 3$

c. $(5^6)^{\frac{1}{6}} = 5^{\frac{6}{6}} = 5$

a. Pangkat Pecahan $a^{\frac{1}{n}}$

Kita ingat kembali bahwa:

Jika $2^3 = 8$, maka $2 = \sqrt[3]{8}$

Jika $3^2 = 9$, maka $3 = \sqrt{9}$

Jika $b^4 = a$, maka $b = \sqrt[4]{a}$, untuk $a > 0$

secara umum jika $b^n = a$, maka $b = \sqrt[n]{a}$.

Bentuk $\sqrt[n]{a}$ dibaca “akar n dari a ” atau “ a diakar n ”

Perhatikanlah uraian berikut ini!

$$(i) \quad 2^3 = 8 \Rightarrow 2 = \sqrt[3]{8}$$

$$\text{Sedangkan} \quad 2^3 = 8$$

$$(2^3)^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}$$

$$2 = 8^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{Dengan demikian} \quad 8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8}$$

$$(iii) \quad b^n = a \Rightarrow b = \sqrt[n]{a}$$

$$\text{Sedangkan} \quad (b^n)^{\frac{1}{n}} = \frac{1}{a^n}$$

$$b = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Dengan demikian} \quad \frac{1}{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

$$(ii) \quad 3^2 = 9 \Rightarrow 3 = \sqrt{9}$$

$$\text{Sedangkan} \quad 3^2 = 9$$

$$(3^2)^{\frac{1}{2}} = 9^{\frac{1}{2}}$$

$$3 = 9^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{Dengan demikian} \quad 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9}$$

Untuk $a \in R, a \neq 0, n \neq 0, n \geq 2$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

Contoh

Ubahlah ke bentuk akar dari bilangan berpangkat pecahan berikut!

a. $3^{\frac{1}{2}}$

c. $5^{\frac{1}{3}}$

e. $7^{\frac{3}{4}}$

b. $4^{\frac{1}{3}}$

d. $5^{\frac{2}{3}}$

f. $3^{\frac{2}{5}}$

Penyelesaian:

a. $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{3}$

$$= \sqrt{3}$$

b. $4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{4}$

d. $5^{\frac{2}{3}} = (5^2)^{\frac{1}{3}}$

$$= \sqrt[3]{5^2}$$

e. $7^{\frac{3}{4}} = (7^3)^{\frac{1}{4}}$

$$= \sqrt[4]{7^3}$$

c. $5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{3}}}$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{5}}$$

f. $3^{\frac{2}{5}} = \frac{1}{3^{\frac{3}{5}}}$

$$= \frac{1}{3^{\frac{3}{5}}}$$

$$= \frac{1}{(3^2)^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt[5]{3^2}}$$

b. *Pangkat Pecahan Bentuk $a^{\frac{m}{n}}$*

Berdasarkan contoh di atas, untuk bagian *d*, *e*, dan *f*, maka dapat ditarik kesimpulan:

Untuk $a \in R$, $a \neq 0$, $n \neq 0$, berlaku

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Contoh

Ubahlah bentuk akar di bawah ini menjadi bentuk pangkat!

a. $\sqrt[3]{3}$	c. $\sqrt[4]{5^2}$	e. $\frac{4}{\sqrt{5^5}}$
b. $\sqrt{3^3}$	d. $\frac{1}{\sqrt[3]{7^5}}$	f. $(\sqrt[3]{2})^5$

Penyelesaian:

a. $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$	e. $\frac{4}{\sqrt{5^5}} = \frac{4}{5^{\frac{5}{2}}}$
b. $\sqrt{3^3} = 3^{\frac{3}{2}}$	$= 4 \cdot 5^{-\frac{5}{2}}$
c. $\sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}}$	f. $(\sqrt[3]{2})^5 = \left(2^{\frac{1}{3}}\right)^5$
	$= 2^{\frac{5}{3}}$
d. $\frac{1}{\sqrt[3]{7^5}} = \frac{1}{7^{\frac{5}{3}}}$	
$= 7^{-\frac{5}{3}}$	

c. *Persamaan Pangkat Sederhana*

Jika terdapat suatu persamaan pangkat sederhana $a^{(x)} = a^n$ dimana $a \in R$ yang tidak sama dengan 0 maka untuk menyelesaikannya, harus disamakan ruas kiri dengan ruas kanan. Perhatikanlah contoh berikut!

Carilah himpunan penyelesaian dari persamaan-persamaan di bawah ini!

a. $2^{2+b} = 8$	b. $3^{2x} = 81$
------------------	------------------

Penyelesaian:

a. $2^{2+b} = 8$	b. $3^{2x} = 81$
$\Leftrightarrow 2^{2+b} = 2^3$	$\Leftrightarrow 3^{2x} = 3^4$
$\Leftrightarrow 2 + b = 3$	$\Leftrightarrow 2x = 4$
$\Leftrightarrow b = 3 - 2$	$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2}$
$b = 1$	$x = 2$

Tentukanlah nilai x yang memenuhi persamaan di bawah ini!

$$\begin{aligned} \text{a. } 2^x &= 16 \\ \Leftrightarrow 2^x &= 2^4 \\ \Leftrightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } 25^{x+1} &= 5^x \\ \Leftrightarrow 5^{2(x+1)} &= 5^x \\ \Leftrightarrow 2x+2 &= x \\ \Leftrightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \sqrt[3]{4^x} &= 2 \\ \Leftrightarrow (4)^{\frac{x}{3}} &= 2^1 \\ \Leftrightarrow (2^2)^{\frac{x}{3}} &= 2^1 \\ \Leftrightarrow 2^{\frac{2x}{3}} &= 2^1 \\ \Leftrightarrow \frac{2x}{3} &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Ubahlah menjadi bentuk akar bilangan berpangkat di bawah ini!

$$\text{a. } 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{c. } 8^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{e. } a^{\frac{3}{5}}$$

$$\text{b. } 3^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{d. } 5^{\frac{2}{4}}$$

$$\text{f. } a^{\frac{n}{m}}$$

2. Ubahlah bentuk-bentuk akar di bawah ini menjadi bilangan berpangkat!

$$\text{a. } \sqrt{5}$$

$$\text{c. } \sqrt[4]{3^5}$$

$$\text{e. } \frac{1}{\sqrt[5]{2^4}}$$

$$\text{b. } \sqrt[3]{4}$$

$$\text{d. } \sqrt[3]{7^6}$$

$$\text{f. } \frac{4}{\sqrt[3]{8^2}}$$

3. Ubahlah ke dalam bentuk pangkat pecahan!

$$\text{a. } \sqrt[5]{a^m}$$

$$\text{c. } \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}}$$

$$\text{e. } \frac{\sqrt{b}}{2^4 \sqrt{a^5}}$$

$$\text{b. } \sqrt[3]{y}$$

$$\text{d. } \frac{1}{\sqrt[5]{2^2}}$$

4. Nyatakanlah dalam bentuk $\sqrt[n]{a^m}$

$$\text{a. } a^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{b. } a^{\frac{5}{5}}$$

$$\text{c. } p^{-\frac{1}{4}}$$

$$\text{d. } y^{\frac{3}{4}}$$

5. Tentukanlah nilainya!

a. $16^{\frac{1}{2}}$

b. $27^{\frac{3}{4}}$

c. $\left(\frac{4}{81}\right)^{\frac{2}{3}}$

d. $25^{\frac{1}{2}}$

6. Tentukanlah x yang memenuhi:

a. $5^x = 625$

c. $9^{3x-1} = 27^{x+2}$

b. $3^{x-1} = 81$

d. $9^{x-2} = \sqrt{27^{x+2}}$

7. Dengan menggunakan sifat $a^m \times a^n$, hitunglah:

a. $5^4 \times 5^3$

f. $3^2 \times 3^4 \times 3^6$

b. $3^4 \times 3^{-2}$

g. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-5}$

c. $2^{-4} \times 2^5$

h. $(-2)^3 \times (-2)^{-10} \times (-2)^5$

d. $7^{-2} \times 7^{-3}$

i. $a^8 \times a^{-1} \times a^{-7}$

e. $5^2 \times 5^{-3} \times 5^4$

j. $2^{4x} \times 2^{-2x} \times 2^x$

8. Dengan menggunakan sifat $a^m : a^n = a^{m-n}$, hitunglah:

a. $3^4 : 3^2$

d. $5^6 : 5^{-2}$

b. $7^8 : 7^3$

e. $(3^2 : 3^6) : 3^4$

c. $2^4 : 2^6$

f. $\left(\frac{2}{3}\right)^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$

9. Dengan menggunakan sifat $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, hitunglah:

a. $(3^2)^4$

c. $\left(\frac{1}{2^2}\right)^4$

e. $(2^3 \cdot 3^4)^3$

b. $(2^{-3})^2$

d. $(5^3)^{-2}$

f. $\left(\frac{3^2}{4^3}\right)^{-3}$

10. Hitunglah!

a. $4^4 \times 4^{-3}$

c. $\left(2^{-\frac{2}{3}}\right)^6$

e. $(3^2 \times \sqrt{3})^2$

b. $3^6 : 3^4$

d. $(\sqrt[3]{8})^2$

f. $\left(\frac{2^4}{18}\right)^{-2}$

11. Tentukan panjang rusuk kubus yang memiliki:

a. volume 216 cm^3

c. luas permukaan 600 cm^2

b. volume 81 cm^3

d. luas permukaan 320 cm^2

12. Tentukanlah hasil dari bentuk-bentuk di bawah ini dengan menggunakan pangkat bilangan yang tidak negatif!

a. $\frac{7^3 \times 7^4}{7^3 \times 7^4}$

b. $\frac{3^2}{3 \times 3^3}$

c. $\frac{3^3 \times 5^6}{3^5 \times 5^2}$

d. $\frac{2^{-4} \times 3^5 \times 5^2}{5^{-1} \times 2^2 \times 3^2}$

e. $\frac{(2^6 \times 3^{-6}) : (3^2 \times 2^2)}{(3^{-2} \times 2^3)}$

13. Hitunglah!

a. $(3^4)^2 : 9^3$

b. $\frac{(3 \times 2)^5}{3 \times 128}$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \frac{3^2}{64}$

d. $\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \left(\frac{5}{3}\right)^2}{\left(\frac{9}{81}\right)^{-1} \left(\frac{5}{16}\right)^3}$

14. Tentukanlah nilai dari:

a. 8^0

b. $\frac{2^{-8} \times 2^4}{2^{-7} \times 2^{-2}}$

c. $\frac{(7^2 \times 2^{-3} \times 5^3) - (5^2 \times 7^1 \times 2^2)}{(7^2 \times 2^{-1} \times 5^2)}$

15. Hitunglah!

a. $\frac{2a^7}{6a^3}$

b. $\frac{(2b)^{-4}}{(4b^2)^5}$

c. $(2x^{-1}) (3x^2) (4x^3)$

d. $(b^3 \times b^0)^{-2}$

e. $\frac{(2c^8)(3d^{-3})}{(6d^{-5})(4c^5)}$

f. $\frac{(3b^{-8})(5c^{-8})}{45b^{-3}c^3}$

g. $\frac{a^{-3}b^5}{c^{-2}} : \frac{ab^{-3}}{c^{-5}}$

16. Hitunglah!

a. $\frac{\left[\left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2}{\left[\left(\frac{9}{25}\right)^4 : \left(\frac{27}{125}\right)^3\right]}$

b. $\left[\left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \left(\frac{1}{64}\right)^2\right]^3$

C. Operasi pada Bentuk Akar

1. Penyederhanaan Bentuk Akar

Contoh

Sederhanakanlah bentuk akar berikut!

a. $\sqrt{8}$ b. $\sqrt{18}$ c. $2\sqrt{48}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{a. } \sqrt{8} &= \sqrt{4 \cdot 2} \\ &= \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c. } 2\sqrt{48} &= 2\sqrt{16 \cdot 3} \\ &= 2 \cdot \sqrt{16} \sqrt{3} \\ &= 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \\ &= 8\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b. } \sqrt{18} &= \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

2. Penjumlahan dan Pengurangan Bentuk Akar

Dua buah bentuk akar hanya dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika kedua akar tersebut mempunyai jenis yang sama.

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{a} = (x \pm y)\sqrt{a}$$

x, y bilangan real dan a bilangan bulat positif

Contoh

Sederhanakanlah!

$$\begin{aligned}\text{a. } 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} &= (2 + 5)\sqrt{3} \\ &= 7\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c. } 3\sqrt{5} - \sqrt{5} &= (3 - 1)\sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b. } \sqrt{2} + 2\sqrt{2} &= (1 + 2)\sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d. } 6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} &= (6 - 5)\sqrt{7} \\ &= \sqrt{7}\end{aligned}$$

3. Perkalian Bentuk Akar

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

a, b bilangan bulat positif

Contoh

Sederhanakanlah!

$$\text{a. } \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} &= \sqrt{3 \cdot 6} \\ &= \sqrt{18} \\ &= \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} &= 2\sqrt{5 \cdot 15} \\ &= 2\sqrt{75} \\ &= 2\sqrt{25 \cdot 3} \\ &= 2 \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{6}) &= \sqrt{6} + \sqrt{18} \\ &= \sqrt{6} + \sqrt{9 \cdot 2} \\ &= \sqrt{6} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } (2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) &= 2(2 + \sqrt{3}) + \sqrt{3}(2 + \sqrt{3}) \\ &= 4 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3 \\ &= 7 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Sederhanakanlah bentuk akar berikut!

$$\text{a. } \sqrt{12}$$

$$\text{b. } \sqrt{24}$$

$$\text{c. } -\sqrt{54}$$

$$\text{d. } 2\sqrt{75}$$

$$\text{e. } -3\sqrt{72}$$

$$\text{f. } 2\sqrt{243}$$

2. Sederhanakanlah penjumlahan dan pengurangan akar berikut!

a. $\sqrt{3} + \sqrt{3}$

e. $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3}$

b. $3\sqrt{5} - \sqrt{5}$

f. $\sqrt{18} + \sqrt{8}$

c. $6\sqrt{a} + \sqrt{a}$

g. $2\sqrt{75} - 3\sqrt{12}$

d. $5\sqrt{p} - 4\sqrt{p}$

h. $5\sqrt{4a} - 2\sqrt{9a}$

3. Sederhanakanlah perkalian akar berikut!

a. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$

f. $\sqrt{7} (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

b. $\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}$

g. $\sqrt{6} (2\sqrt{6} - \sqrt{3})$

c. $\sqrt{15} \cdot \sqrt{14}$

h. $(2 + 2\sqrt{3}) (2 + 2\sqrt{3})$

d. $2\sqrt{2} \cdot \sqrt{14}$

i. $(5 - \sqrt{2}) (5 + \sqrt{2})$

e. $3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10}$

j. $(3\sqrt{5} + \sqrt{3}) (3\sqrt{5} - \sqrt{3})$

4. Sebuah segitiga ABC siku-siku di titik A. Jika $AB = 1$ cm dan $AC = 2$ cm, tentukanlah keliling segitiga ABC!

D. Merasionalkan Penyebut Suatu Pecahan

Sebelum membahas cara merasionalkan penyebut suatu pecahan, marilah kita bahas pasangan bentuk akar yang hasil kalinya merupakan bilangan rasional. Pasangan bentuk akar ini disebut sekawan dari bentuk akar yang diketahui.

Contoh

a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ dan $2 \in Q$, maka kawan dari $\sqrt{2}$ adalah $\sqrt{2}$

b. 1) $3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5 = 15$, dan $15 \in Q$

2) $3\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 9 \cdot 5 = 45$, dan $45 \in Q$

c. $(\sqrt{5} + \sqrt{3}) (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 5 - 3 = 2$ dan $2 \in Q$

[Ingat: $(a + b) (a - b) = a^2 - b^2$]

d. $(9 - 3\sqrt{7}) (9 + 3\sqrt{7}) = 81 - 63 = 18$ dan $18 \in Q$

Jadi, kawan dari $(9 - 3\sqrt{7})$ adalah $(9 + 3\sqrt{7})$

Secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

Jika a, b bilangan bulat positif, k bilangan real, berlaku

1. kawan dari \sqrt{a} adalah \sqrt{a}
2. kawan dari $k\sqrt{a}$ adalah \sqrt{a} atau $k\sqrt{a}$
3. kawan dari $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ adalah $\sqrt{a} - \sqrt{b}$
4. kawan dari $k + \sqrt{a}$ adalah $k - \sqrt{a}$

Mari kita buktikan!

1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a, a \in \mathbb{Q}$
maka kawan dari \sqrt{a} adalah \sqrt{a}
2. $k\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = k\sqrt{a} \cdot a, ka \in \mathbb{Q}$
maka kawan dari $k\sqrt{a}$ adalah \sqrt{a} atau $k\sqrt{a}$.

Nomor 3 dan 4 buktikan sendiri sebagai latihan!

Yang termasuk merasionalkan penyebut adalah jika sebuah pecahan, penyebutnya merupakan bentuk akar maka diusahakan agar penyebutnya menjadi bilangan rasional.

Caranya: pembilang dan penyebut dikalikan dengan kawan dari bentuk akar yang terdapat pada penyebut pecahan yang diketahui.

Contoh

Rasionalkanlah penyebut pecahan berikut!

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot 1 \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (\text{Pecahan berbentuk } \frac{a}{\sqrt{b}}) \\ &= \frac{1}{3}\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } \frac{2}{2\sqrt{5}} &= \frac{2}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \\
 &= \frac{4\sqrt{5}}{4 \cdot 5} \\
 &= \frac{4\sqrt{5}}{20} \\
 &= \frac{1}{5}\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } \frac{5}{3-\sqrt{5}} &= \frac{5}{3-\sqrt{5}} \cdot \frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \quad (\text{Pecahan berbentuk } \frac{a}{b-\sqrt{c}}) \\
 &= \frac{15+5\sqrt{5}}{9-5} \\
 &= \frac{15+5\sqrt{5}}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d. } \frac{4}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} &= \frac{4}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} \cdot \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{6}} \quad (\text{Pecahan berbentuk } \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}) \\
 &= \frac{8\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{8-6} \\
 &= \frac{8\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{e. } \frac{3}{3+\sqrt{3}} &= \frac{3}{3+\sqrt{3}} \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} \quad (\text{Pecahan berbentuk } \frac{a}{b+\sqrt{c}}) \\
 &= \frac{9-3\sqrt{3}}{9-3} = \frac{3(3-\sqrt{3})}{6} \\
 &= \frac{1}{2}(3-\sqrt{3})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f. } \frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \frac{4(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{2-5} \\
 &= \frac{4}{-3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})
 \end{aligned}$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

1. Tentukanlah hasil kali berikut!

a. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$

b. $3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$

c. $(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} - \sqrt{6})$

d. $(2\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7})$

e. $(5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})$

f. $(4 + \sqrt{10})(4 - \sqrt{10})$

2. Rasionalkan penyebut pecahan berikut!

a. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

e. $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

b. $\frac{-3}{2\sqrt{5}}$

f. $\frac{6}{\sqrt{7} + \sqrt{5}}$

c. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

g. $\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}}$

d. $\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}$

h. $\frac{3\sqrt{5} - 2\sqrt{6}}{3\sqrt{5} + 2\sqrt{6}}$

3. Sederhanakanlah penjumlahan berikut!

a. $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{3}{2 + \sqrt{5}} + \frac{2}{5 + 2\sqrt{5}}$

c. $\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}}$

d. $\frac{3\sqrt{5} + 1}{3\sqrt{5} - 1} + \frac{3\sqrt{5} - 1}{3\sqrt{5} + 1}$

Rangkuman

- Bentuk a^n disebut bilangan berpangkat dengan a dinamakan bilangan pokok atau basis dan n dinamakan pangkat atau eksponen.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{ada } n \text{ faktor}}$$

untuk $n = 1$ ditetapkan $a^1 = a$

Coba kalian lanjutkan rangkuman ini di buku tulis!

- Pangkat bilangan bulat negatif dan nol

(i) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, untuk $a \neq 0$

(ii) $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

(iii) $a^0 = 1$, untuk a bilangan real dan $a \neq 0$

- Jika a dan b bilangan real yang tidak nol serta m dan n bilangan bulat, berlaku:

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m : a^n = a^{m-n}$

(iii) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

(iv) $(ab)^m = a^m b^m$

(v) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

- Bilangan berpangkat pecahan berikut dapat diubah dalam bentuk akar

(i) $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

(ii) $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

(iii) $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

- Operasi bentuk akar

- (i) Dua buah bentuk akar hanya dapat dijumlahkan atau dikurangkan jika kedua akar tersebut mempunyai jenis yang sama

$$x\sqrt{a} \pm y\sqrt{a} = (x \pm y)\sqrt{a}$$

(ii) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

- Merasionalkan pecahan bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a}{b} \sqrt{b}$$

- Merasionalkan pecahan bentuk $\frac{p}{a+\sqrt{b}}$ dan $\frac{p}{a-\sqrt{b}}$

$$\frac{p}{a+\sqrt{b}} = \frac{p}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}} = \frac{p}{a^2-b} (a-\sqrt{b})$$

$$\frac{p}{a-\sqrt{b}} = \frac{p}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}} = \frac{p}{a^2-b} (a+\sqrt{b})$$

- Merasionalkan pecahan bentuk $\frac{p}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ dan $\frac{p}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

$$\frac{p}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{p}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{p}{a-b} (\sqrt{a}-\sqrt{b})$$

$$\frac{p}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{p}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{p}{a-b} (\sqrt{a}+\sqrt{b})$$

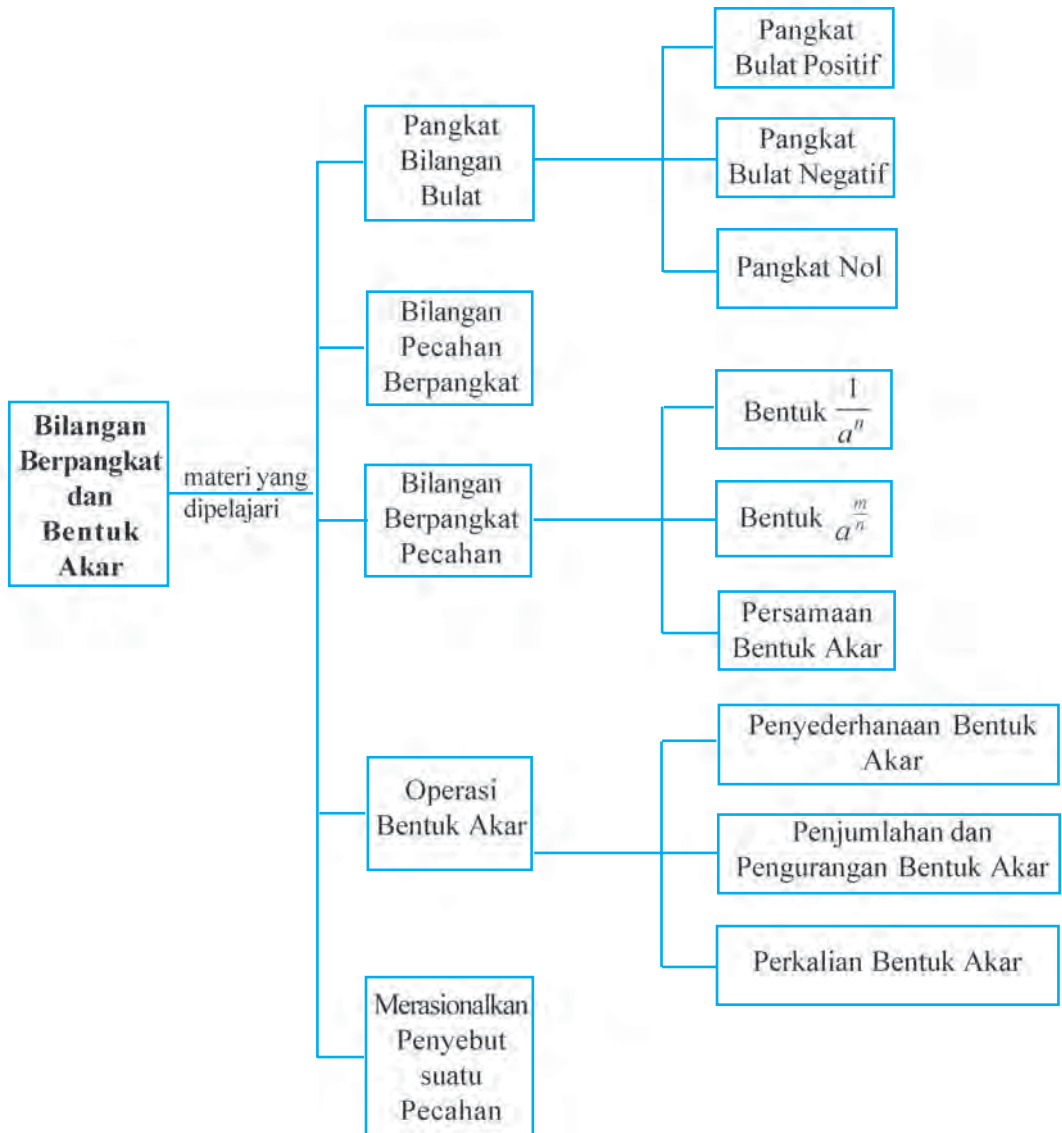
Refleksi

Perhatikanlah uraian berikut!

$$\begin{aligned} \frac{3}{4-\sqrt{2}} &= \frac{3}{4-\sqrt{2}} \cdot \frac{4+\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} \\ &= \frac{(3 \times 4)(3 \cdot \sqrt{2})}{16+2} \\ &= \frac{12-3\sqrt{2}}{18} \end{aligned}$$

Benarkah hasilnya seperti ini? Berikan alasanmu?

Peta Konsep



Uji Kompetensi Akhir Bab 5

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

1. Jika $15^3 = \frac{1}{15^p}$ maka nilai p adalah
A. 1
B. 15
C. 3
D. -3
2. Bilangan $3^{-2\frac{2}{3}}$ dinyatakan dalam bentuk akar menjadi
A. $\frac{1}{\sqrt[8]{3^3}}$
B. $\frac{1}{\sqrt[3]{8^3}}$
C. $\frac{1}{\sqrt[3]{8^3}}$
D. $-\frac{1}{\sqrt[3]{8^3}}$
3. Nilai x yang memenuhi persamaan $3^{2x+3} = \left(\frac{1}{27}\right)^{x-3}$ adalah
A. $1\frac{1}{5}$
B. $-2\frac{1}{5}$
C. $2\frac{1}{5}$
D. $-1\frac{1}{5}$
4. Luas sebuah persegi panjang dengan lebar $\sqrt[3]{a^2}$ cm adalah $\sqrt[6]{a^5}$ cm². Panjang persegi panjang adalah
A. $\sqrt{a^6}$
B. $\sqrt[6]{a^9}$
C. $\sqrt[6]{a}$
D. $\sqrt[9]{a^6}$
5. Panjang suatu persegi panjang $(2 + 3\sqrt{2})$ cm dan lebarnya $(1 + 2\sqrt{8})$ cm. Keliling persegi panjang tersebut adalah
A. $(3 + 7\sqrt{2})$ cm
B. $(6 + 14\sqrt{2})$ cm
C. $(3 + 14\sqrt{2})$ cm
D. $(6 + 7\sqrt{2})$ cm
6. Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{3}{3+\sqrt{5}}$ adalah
A. $\frac{3}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$
B. $\frac{3}{4}(3 - \sqrt{5})$
C. $\frac{3}{14}(\sqrt{3} + \sqrt{5})$
D. $\frac{3}{4}(3 - \sqrt{5})$

7. Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ adalah
- A. $-\frac{5}{2}(3+\sqrt{5})$ C. $-\frac{5}{2}(\sqrt{3}+\sqrt{5})$
 B. $\frac{5}{34}(3+\sqrt{5})$ D. $\frac{5}{34}(\sqrt{3}+\sqrt{5})$
8. Luas suatu jajargenjang dengan tinggi $(2-\sqrt{3})$ cm adalah 5 cm^2 . Panjang alas jajargenjang tersebut adalah
- A. $(10+\sqrt{3})$ cm C. $(2+5\sqrt{3})$ cm
 B. $5(2+10\sqrt{3})$ cm D. $(10+5\sqrt{3})$ cm
9. Bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{3}{\sqrt{7}+2}$ adalah
- A. $3(\sqrt{7}-2)$ C. $3(\sqrt{7}+2)$
 B. $2-\sqrt{7}$ D. $\sqrt{7}-2$
10. Hasil dari $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$ adalah
- A. $5\sqrt[3]{3}$ C. $2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{2}$
 B. $2\sqrt[3]{3} - 3\sqrt[3]{2}$ D. $5\sqrt[3]{2}$

B. Selesaikanlah soal-soal berikut ini!

- Jika $\frac{1}{3^5} = 3^p$, tentukanlah nilai p.
- Tentukanlah bentuk sederhana dan rasional dari $\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$!
- Luas suatu persegi panjang dengan panjang $\sqrt{a^5}$ adalah $\sqrt[3]{a^{10}}$. Berapakah lebar persegi panjang tersebut?
- Keliling suatu trapesium sama kaki yang panjang sisi sejajarnya $(3+\sqrt{125})$ cm dan $(5-\sqrt{5})$ cm adalah 16 cm. Berapakah panjang kedua sisi yang lainnya?
- Diketahui sebuah balok memiliki panjang $5\sqrt{3}$ cm, lebar $3\sqrt{5}$ cm, dan tinggi $\sqrt{6}$ cm. Berapakah volume balok tersebut?

* * *

BAB

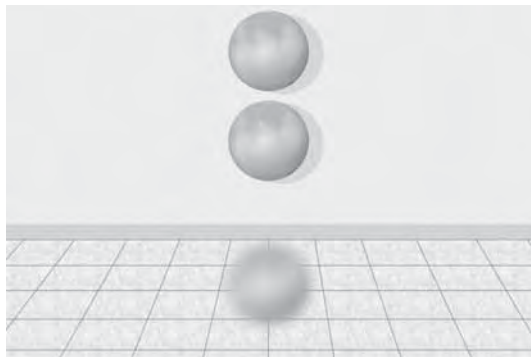
6

Barisan dan Deret

Tujuan Pembelajaran

Pada bab ini, kamu akan mempelajari tentang barisan dan deret serta penggunaannya dalam pemecahan masalah. Setelah melakukan pembelajaran ini, kamu dapat:

- menyatakan masalah sehari-hari yang berkaitan dengan barisan dan deret bilangan;
- mengenal unsur-unsur barisan dan deret seperti suku pertama, suku berikutnya, beda, dan rasio;
- menentukan dan menghitung suku ke- n barisan bilangan;
- mengenal pengertian deret aritmetika naik dan turun;
- menemukan rumus suku ke- n dan jumlah n suku pertama deret aritmetika;
- menghitung nilai suku ke- n dan jumlah n suku pertama deret aritmetika;
- mengenal pengertian deret geometri naik dan turun;
- menemukan rumus suku ke- n dan jumlah n suku pertama deret geometri;
- menemukan sifat-sifat deret aritmetika dan deret geometri;
- menggunakan sifat-sifat deret aritmetika dan geometri untuk menyelesaikan masalah;
- menggunakan konsep deret dalam kehidupan ... (*).



Sumber: Dokumen Penerbit

Sebuah bola jatuh dari ketinggian 10 m, kemudian memantul di atas tanah dengan ketinggian 80% dari tinggi semula, begitu seterusnya hingga sampai dengan lima kali pantulan. Berapa tinggi bola pada pantulan ke-5 dan pada pantulan ke berapa bola tersebut mencapai ketinggian nol atau berhenti?

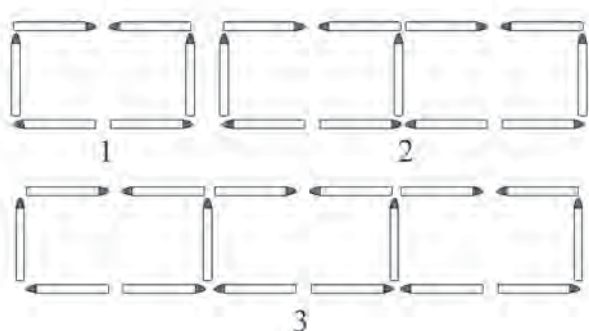
Materi Prasyarat

Materi tentang barisan dan deret merupakan materi baru yang akan kamu pelajari karena belum pernah dipelajari sebelumnya. Sebagai prasyarat mempelajari materi ini, coba kamu ingat kembali konsep bilangan yang telah dipelajari di kelas VII dan VIII.

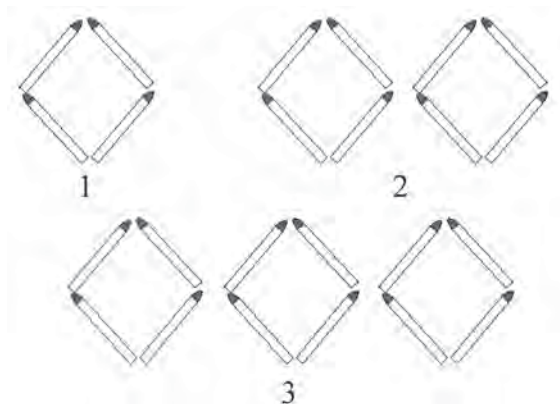
Soal Pembangkit Motivasi

Sebelum mempelajari materi pada bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut!

1. Hasan membuat pola dari susunan korek api seperti berikut ini!



- a. Gambarkan dua bentuk susunan korek api berikutnya!
 - b. Tentukan pola bilangannya!
2. Perhatikan jumlah korek api yang dibentuk oleh setiap bangun korek api di bawah ini.



- a. Tulislah barisan bilangan yang dibentuk oleh setiap jumlah korek api dari bangun itu.
- b. Tentukan aturan pembentukannya.

3. Tulislah dua suku berikutnya dari barisan bilangan di bawah ini!
- 1, 4, 7, 10, 13, ..., ...
 - 3, 0, 3, 6, 9, ..., ...
 - 1, 4, 9, 16, 25, ..., ...
 - 25, 24, 21, 16, 9, ..., ...
4. Seorang petani akan menanam lahannya dengan 60 baris pohon singkong. Jika baris yang pertama terdapat 20 pohon dan baris selanjutnya terdapat 6 pohon lebihnya dari baris di depannya. Berapakah banyaknya pohon singkong yang akan ditanam? Bagaimanakah cara menghitungnya?

A. Barisan dan Deret Bilangan

Dalam kehidupan sehari-hari mungkin kalian pernah melihat nomor-nomor rumah yang berada di suatu jalan tertentu. Kalau kalian perhatikan biasanya rumah yang berada di sebelah kiri jalan bernomor ganjil dan rumah yang berada di sebelah kanan jalan bernomor genap. Nomor-nomor rumah tersebut dikatakan membentuk suatu pola tertentu. Di sebelah kiri jalan nomor rumah membentuk pola bilangan ganjil yaitu 1, 3, 5, 7, Di sebelah kanan jalan nomor rumah membentuk pola bilangan genap yaitu 2, 4, 6, 8,

Sekarang coba perhatikan angka-angka pada kalender berikut ini!

Sebutkan angka-angka yang menunjukkan hari Senin!

Berdasarkan angka-angka pada hari Senin, apa yang dapat kalian ketahui tentang angka-angka tersebut?

Coba kalian buat juga pola bilangan untuk hari lainnya, kemudian apa kesimpulan kalian?



Kata Kunci

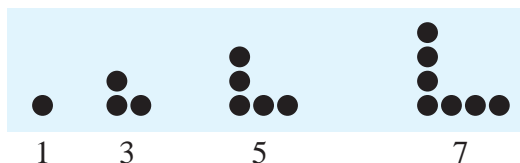
- Barisan Aritmetika
- Barisan Bilangan
- Barisan Geometri
- Beda
- Deret
- Pola Bilangan
- Rasio
- Suku

1. Pola Bilangan

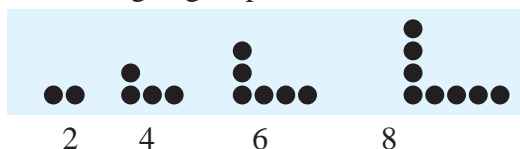
Pola bilangan adalah salah satu cara untuk menunjukkan aturan suatu barisan bilangan.

Contoh

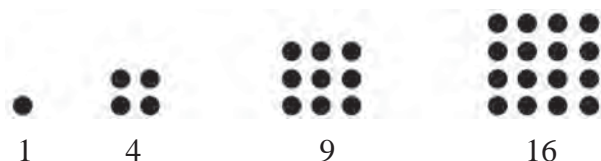
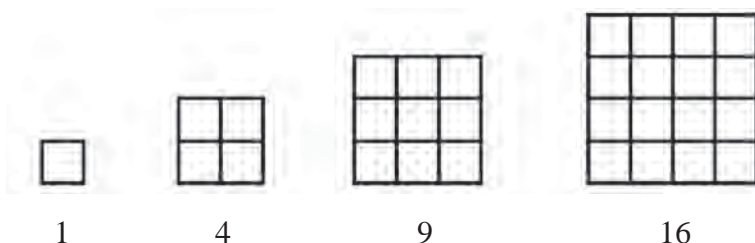
- a. Pola bilangan ganjil



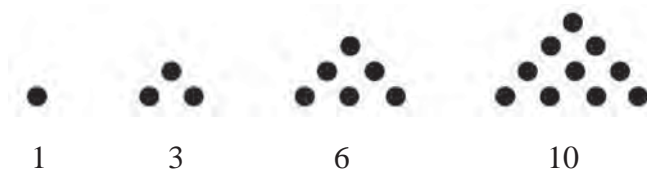
b. Pola bilangan genap



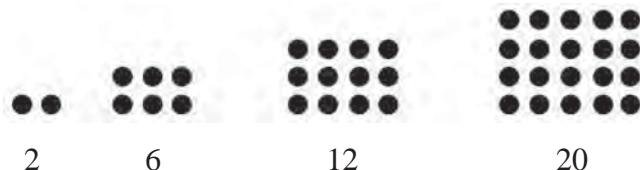
c. Pola bilangan kuadrat



d. Pola bilangan segitiga



e. Pola bilangan persegi panjang



Info Plus

Bilangan-bilangan Fibonacci adalah sebuah barisan bilangan yang setiap anggota dari barisan itu adalah jumlah dari dua bilangan yang mendahuluinya. Bilangan Fibonacci, yaitu 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, dan seterusnya. Istilah ini diambil dari nama seorang ahli matematika Italia Leonardo Fibonacci (1170 – 1250) yang memperkenalkan sistem bilangan Arab ke Eropa.

Kegiatan

Seorang ilmuwan yang bernama Pascal membuat sebuah pola bilangan berbentuk segitiga yang disebut "Segitiga Pascal".

Carilah pola segitiga Pascal di bawah ini dan tentukanlah bilangan-bilangan pada 2 baris selanjutnya!

				1					Baris 1
			1		1				Baris 2
		1		2		1			Baris 3
	1		3		3		1		
	1	4		6		4		1	
	1	5	10		10	5		1	
	1	6	15	20		15	6		1
	1	7	21	35	35	21	7		1
	
	

2. Barisan Bilangan

Barisan bilangan adalah sekumpulan bilangan yang tersusun menurut pola tertentu dan setiap unsur bilangan yang tersusun itu disebut **suku** barisan.

Secara umum barisan bilangan ditulis:

$$U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$$

U_1 suku ke-1

U_2 suku ke-2

U_3 suku ke-3

$U_{(n-1)}$ suku ke-($n-1$)

U_n suku ke- n

Selisih antara dua suku yang berurutan dinamakan **beda**, dan perbandingan antara dua suku yang berurutan disebut dengan **rasio**.

Perhatikanlah barisan berikut ini!

2, 5, 8, 11, ..., U_n

Dari barisan tersebut:

$U_1 = 2$, $U_2 = 5$, $U_3 = 8$, $U_4 = 11$, kita juga dapat menentukan bilangan-bilangan berikutnya dengan memerhatikan aturan urutan suku-suku pada barisan bilangan itu.

Contoh

Perhatikanlah uraian berikut!

- Suku pertamanya adalah $U_1 = 2 \cdot 1 (1 + 1) = 4$
- Suku keduanya adalah $U_2 = 2 \cdot 2 (2 + 1) = 12$
- Suku ketiganya adalah $U_3 = 2 \cdot 3 (3 + 1) = 24$
- Suku keempatnya adalah $U_4 = 2 \cdot 4 (4 + 1) = 40$
- Suku kelimanya adalah $U_5 = 2 \cdot 5 (5 + 1) = 60$

Jadi, urutan 5 suku pertamanya adalah 4, 12, 24, 40, 60.

Coba kamu buat rumusan dari bentuk tersebut!

$$U_n = 2 \dots (\dots + \dots)$$

3. Deret Bilangan

Deret bilangan adalah jumlah dari barisan bilangan. Jika $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ adalah sebuah barisan bilangan maka $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ adalah sebuah deret bilangan.

Simbol untuk deret adalah S_n .

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } S_1 &= U_1 \\ S_2 &= U_1 + U_2 \\ S_3 &= U_1 + U_2 + U_3 \\ S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n\end{aligned}$$

Contoh

Diketahui suatu barisan dengan rumus $U_n = 4n - 1$. Tentukanlah jumlah deret empat suku pertama!

Penyelesaian:

$$\begin{array}{rcl}U_1 & = & 4 \cdot 1 - 1 = 3 \\ U_2 & = & 4 \cdot 2 - 1 = 7 \\ U_3 & = & 4 \cdot 3 - 1 = 11 \\ U_4 & = & 4 \cdot 4 - 1 = 15 \\ \hline S_4 & & = 36\end{array} +$$

Jadi, jumlah 4 suku pertama adalah 36.

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

- Tentukanlah tiga suku berikutnya dari masing-masing barisan berikut ini:
 - 1, 4, 9, 16, ..., ..., ...
 - 2, 9, 16, 23, ..., ..., ...
 - 0, 3, 6, 9, ..., ..., ...
 - 0, 3, 8, 15, ..., ..., ...
 - 11, 22, 33, 44, ..., ..., ...
 - 1, 3, 7, 15, ..., ..., ...
 - 60, 57, 54, 51, ..., ..., ...
 - 123, 234, 345, 456, ..., ..., ...
- Tentukanlah aturan dari suatu barisan bilangan di bawah ini:
 - 4, 7, 10, 13,
 - 1, 8, 27, 64,
 - 1, 4, 16, 64,
 - 2, 3, 5, 8, 13,
 - 9, 10, 19, 29, 48,
 - 2, 14, 26, 38,
- Tentukanlah rumus suku ke- n untuk barisan di bawah ini:
 - 3, 4, 5, 6,
 - 0, 3, 6, 9,
 - 9, 14, 19, 24,
 - 2, 6, 18, 54,
 - 400, 200, 100, 50,
 - 3, 8, 15, 24,

4. Tentukanlah jumlah deret bilangan yang rumus suku ke- n nya diketahui:

- $U_n = n - 5$, untuk 10 bilangan yang pertama
- $U_n = 2n + 3$, untuk 7 bilangan yang pertama
- $U_n = n(n - 1)$, untuk 4 bilangan yang pertama
- $U_n = \frac{n + 1}{2n}$, untuk 4 bilangan yang pertama
- $U_n = n(n + 1)(n + 2)$, untuk 4 bilangan yang pertama

B. Barisan dan Deret Aritmetika

1. Barisan Aritmetika

Suatu barisan disebut barisan aritmetika jika selisih (beda) antara setiap dua suku yang berurutan selalu merupakan bilangan tetap atau sama. Perhatikan uraian berikut.

$$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = U_n - U_{n-1} = b$$

Karena $U_n - U_{n-1} = b$, akibatnya $U_n = U_{n-1} + b$

Jika suku pertama (U_1) adalah a maka:

$$U_2 = U_1 + b = a + b = a + 1b$$

$$U_3 = U_2 + b = (a + b) + b = a + 2b$$

$$U_4 = U_3 + b = (a + 2b) + b = a + 3b$$

$$\begin{aligned} & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \cdot \\ & \cdot \\ & \cdot \end{aligned}$$

Coba lanjutkan untuk U_5 , U_6 , dan U_7 !

$$U_n = U_{n-1} + b = a + (n - 2)b + b = a + (n - 1)b$$

Sehingga rumus umum suku ke- n dari barisan aritmetika adalah:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

a : suku awal
 b : beda
 n : banyak suku
 U_n : suku ke- n

Catatan:

- Barisan aritmetika akan **naik** jika $b > 0$, dan
- Barisan aritmetika akan **turun** jika $b < 0$.

Kegiatan

1. Bentuklah suatu barisan aritmetika naik dengan beda 3 dan suku awal 5!
2. Bentuklah suatu barisan aritmetika turun dengan beda 3 dan suku awal 5!
3. Bandingkanlah jawaban no. 1 dan 2! Kesimpulan apa yang dapat kalian buat?
4. Cobalah dengan beda yang lain dan suku awal yang lain!

Contoh

1. Tentukanlah rumus suku ke- n dari barisan di bawah ini!

- a. 5, 7, 11, . . .
- b. -2, 3, 8, 13, . . .
- c. 100, 96, 92, 88, . . .

Penyelesaian:

- a. 5, 7, 9, 11, . . .

$$a = 5$$

$$b = 7 - 5 = 9 - 7 = 11 - 9 = 2$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } U_n &= a + (n - 1) b \\ &= 5 + (n - 1) 2 \\ &= 5 + 2n - 2 = 2n + 3\end{aligned}$$

- b. -2, 3, 8, 13, . . .

$$a = -2$$

$$b = 3 - (-2) = 8 - 3 = 13 - 8 = 5$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } U_n &= a + (n - 1) b \\ &= -2 + (n - 1) 5 \\ &= -2 + 5n - 5 \\ &= 5n - 7\end{aligned}$$

- c. 100, 96, 92, 88, . . .

$$a = 100$$

$$b = 96 - 100 = 92 - 96 = 88 - 92 = -4$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } U_n &= a + (n - 1) b \\ &= 100 + (n - 1) - 4 \\ &= 100 - 4n + 4 \\ &= 104 - 4n\end{aligned}$$

2. Jika suku ke-5 suatu barisan aritmetika adalah 11, dan suku ke-11 adalah 29. Tentukanlah:
 - a. Rumus suku ke- n
 - b. Besar suku ke-20

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } U_{11} &= a + 10b \\ U_5 &= a + 4b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{11} - U_5 &= (10 - 4)b \\ &= 6b \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{U_{11} - U_5}{6} = \frac{29 - 11}{6} = 3$$

$$U_5 = a + 4b$$

$$\Leftrightarrow 11 = a + 4 \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 11 = a + 12$$

$$\Leftrightarrow a = -1$$

$$\begin{aligned} \text{Jadi, rumus suku ke-} n \text{ adalah } U_n &= a + (n - 1)b \\ &= -1 + (n - 1)3 \\ &= -1 + 3n - 3 \\ U_n &= 3n - 4 \end{aligned}$$

$$\text{b. } U_{20} = 3 \cdot 20 - 4 = 60 - 4 = 56$$

2. Deret Aritmetika

Pada pelajaran mengenai deret bilangan, telah diketahui bahwa deret adalah jumlah dari suatu barisan. Jadi, yang dimaksud deret aritmetika adalah . . . dari barisan . . . sehingga:

$$\begin{aligned} S_n &= U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n \\ S_n &= [a] + [a + b] + [a + 2b] + \dots + [a + (n - 2)b] + [a + (n - 1)b] \\ S_n &= [a + (n - 1)b] + [a + (n - 2)b] + [a + (n - 3)b] + \dots + [a + b] + [a] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2S_n &= [2a + (n - 1)b] + [2a + (n - 1)b] + [2a + (n - 1)b] + \dots + [2a + (n - 1)b] + [2a + (n - 1)b] \\ &\quad \underbrace{\hspace{15em}}_{\text{ada } n \text{ suku}} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 2S_n = n[2a + (n - 1)b]$$

$$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)b]$$

Jadi, rumus jumlah n suku pertama dari deret aritmetika adalah:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

Bentuk di atas dapat dinyatakan dalam bentuk lain:

Info Plus

Pada barisan dan deret aritmetika:

1. $U_n - U_{n-1} = b$, nilainya selalu konstan.
2. $S_n - S_{n-1} = U_n$.

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)b] \\
 &= \frac{n}{2} [a + a + (n-1)b] \\
 &= \frac{n}{2} [a + U_n]
 \end{aligned}$$

Jadi, rumus jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah:

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n)$$

Contoh

1. Tentukanlah jumlah 50 bilangan asli yang pertama!

Penyelesaian:

$$a = 1$$

$$U_n = 50$$

$$\begin{aligned}
 S_{50} &= \frac{50}{2} (1 + 50) \\
 &= 25 (51) = 1.275
 \end{aligned}$$

2. Tentukanlah rumus deret di bawah ini dan tentukanlah pula jumlah 10 suku pertamanya!

a. $4 + 11 + 18 + 35 + \dots$

b. $50 + 39 + 28 + 17 + \dots$

Penyelesaian:

a. $4 + 11 + 18 + 35 + \dots$

$$a = 4$$

$$b = 11 - 4 = 7$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)b] \qquad S_{10} = \frac{10}{2} [7 \cdot 10 + 1]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [(2 \cdot 4 + (n-1)7)] \qquad = 5 [71]$$

$$= \frac{n}{2} [8 + 7n - 7] \qquad = 355$$

$$= \frac{n}{2} [7n + 1]$$

b. $50 + 39 + 28 + 17 + \dots$

$$a = 50$$

$$b = 39 - 50 = -11$$

$$\begin{aligned}
 S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n-1)b] & S_{10} &= [111 - 11n] \\
 &= \frac{n}{2} [2 \cdot 50 + (n-1)(-11)] & &= \frac{10}{2} [111 - 11 \cdot 10] \\
 &= \frac{n}{2} [100 - 11n + 11] & &= 5(11) \\
 &= \frac{n}{2} [111 - 11n] & &= 55
 \end{aligned}$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

- Manakah dari barisan-barisan berikut yang merupakan barisan aritmetika?
 - 13, 17, 21, 25, ...
 - 4, -1, -6, -11, ...
 - 3, 0, -3, -6, ...
 - 3, -3, 3, -3, ...
 - 0, 3, 6, 9, ...
 - $\sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3}, \dots$
 - a, ab, ab^2, ab^3, \dots
 - $a, a + k^2, a + 2k^2, a + 3k^2, \dots$
- Tentukanlah beda, suku ke-10, dan jumlah 10 suku pertama dari barisan berikut!
 - 5, 10, 15, 20, ...
 - 20, -16, -12, -8, ...
 - $\frac{2}{3}, \frac{6}{3}, \frac{9}{3}, \frac{12}{3}, \dots$
 - 5, 3, 1, -1, ...
 - 6, -2, -10, -18, ...
 - 5, 105, 205, 305, ...
 - $2, 3\frac{1}{2}, 5, 6\frac{1}{2}, \dots$
 - 4, -1, 2, 5, ...
- Tentukanlah rumus suku ke-n untuk masing-masing barisan aritmetika berikut!
 - 17, -13, -9
 - 8, 11, 14, ...
 - 10, 7, 4, ...
 - $3, 3 - \frac{1}{4}, 3 - \frac{1}{2}, \dots$
 - 5, -3, -1, -2, ...
 - 2, 5, 12, ...
- Tentukanlah suku yang diminta untuk tiap barisan aritmetika berikut ini!
 - 20, -5, 10, ... ; suku ke-12
 - 25, 22, 19, ... ; suku ke-8
 - $1, 1\frac{1}{2}, 4, \dots$; suku ke-20
- Tentukanlah suku pertama, beda, dan rumus suku ke-n, jika diketahui:
 - suku ke-10 adalah 21 dan suku ke-5 adalah 11
 - suku ke-8 adalah -17 dan suku ke-3 adalah 13
 - suku ke-4 adalah -12 dan suku ke-12 adalah -28

6. Tentukanlah jumlah deret aritmetika di bawah ini!
- $2 + 4 + 6 + \dots$ sampai 10 suku
 - $-8 + (-4) + 0 + \dots$ sampai 20 suku
 - $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots$ sampai 21 suku
7. Tentukanlah unsur-unsur yang ditanyakan pada barisan aritmetika di bawah ini!
- $a = 5, \quad b = 3, \quad U_{29} = \dots, \quad S_{10} = \dots$
 - $a = 9, \quad U_{15} = 135, \quad b = \dots, \quad S_5 = \dots$
 - $b = 17, \quad U_{21} = 336, \quad a = \dots, \quad S_8 = \dots$
 - $a = 21, \quad b = -8, \quad U_n = -99, \quad n = \dots, \quad S_n = \dots$
 - $a = 2, \quad b = 9, \quad n = 15, \quad U_n = \dots, \quad S_n = \dots$
 - $U_6 = 5, \quad U_{12} = -13, \quad a = \dots, \quad b = \dots$
 - $U_4 = 3, \quad U_6 - U_1 = 5, \quad a = \dots, \quad b = \dots$
 - $a = 4, \quad U_n = -22, \quad S_n = -99, \quad b = \dots$
8. Tentukanlah y jika diketahui:
- $-3 + 1 + 5 + \dots + y = 187$
 - $8 + 1 - 6 - 13 - \dots - y = -615$
 - $-3 - 1 + 1 + 3 + \dots + y = 320$
 - $-3 + 4 + 11 + \dots + y = 277$
 - $2 + 5 + 8 + \dots + y = 1000$
 - $100 + 96 + 92 + \dots + y = 0$
9. Tentukanlah jumlah semua bilangan asli yang terletak:
- di antara 200 dan 600, yang habis dibagi 4
 - di antara 1.000 dan 2.000, yang habis dibagi 3
10. Sisipkanlah tujuh bilangan antara 13 dan 19 hingga terbentuk deret aritmetika, kemudian tentukanlah:
- besar suku ke-5
 - jumlah sembilan bilangan tersebut

C. Barisan dan Deret Geometri

1. Barisan Geometri

Suatu barisan disebut barisan geometri jika perbandingan (rasio = r) antara tiap dua suku berurutannya selalu merupakan bilangan tetap. Perhatikanlah uraian berikut.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_4}{U_3} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}} = r$$

Karena $r = \frac{U_n}{U_{n-1}}$, akibatnya $U_n = U_{n-1} r$

Jika suku pertama (U_1) adalah a

$$U_1 = a = ar^0, \text{ maka diperoleh:}$$

$$U_2 = U_1 \cdot r = ar^1$$

$$U_3 = U_2 \cdot r = ar^2$$

$$U_4 = U_3 \cdot r = ar^3$$

.

.

.

$$U_n = U_{n-1} \cdot r = a \cdot r^{n-1}$$

Coba lanjutkanlah

U_5, U_6 , dan U_7 dan U_8 !

Sehingga rumus umum suku ke- n dari barisan geometri adalah:

$$U_n = ar^{n-1}$$

a = suku awal

n = banyak suku

r = rasio

U_n = suku ke- n

Catatan:

- Barisan geometri akan **naik**, jika untuk setiap n berlaku $U_n > U_{n-1}$
- Barisan geometri akan **turun**, jika untuk setiap n berlaku $U_n < U_{n-1}$
- Bergantian **naik turun**, jika $r < 0$

Kegiatan

- Bentuklah suatu barisan geometri naik dengan rasio 2 dan suku awal 1!
- Bentuklah suatu barisan geometri turun dengan rasio 2 dan suku awal 1!
- Bandingkanlah jawaban no. 1 dan 2. Kesimpulan apa yang dapat kalian buat?
- Cobalah dengan rasio yang berbeda dan suku awal yang berbeda!

Contoh

Tentukanlah rumus suku ke- n dari barisan di bawah ini, serta tentukanlah suku ke-8 nya!

- 2, 6, 18, 54,
- 3, -6, 12, -24,
- 48, 24, 12, 6,

Penyelesaian:

- 2, 6, 18, 54,

$$a = 2 ; \quad r = \frac{6}{2} = 3$$

$$U_n = a \cdot r^{n-1} \\ = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$U_8 = 2 \cdot 3^7 \\ = 2 \cdot 2.187 = 4.374$$

b. $3, -6, 12, -24, \dots$

$$\begin{aligned} a &= 3 & ; & & r &= \frac{-6}{3} = -2 \\ U_n &= a \cdot r^{n-1} & & & U_8 &= 2 \cdot (-2)^7 \\ &= 3 \cdot (-2)^{n-1} & & & &= 2 \cdot (-128) = -256 \end{aligned}$$

c. $48, 24, 12, 6, \dots$

$$\begin{aligned} a &= 48 & ; & & r &= \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \\ U_n &= a \cdot r^{n-1} & & & U_8 &= 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \\ &= 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} & & & &= 48 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^7 \\ & & & & &= 48 \cdot \frac{1}{128} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

2. Deret Geometri

Deret geometri adalah jumlah dari barisan geometri.

$$\begin{aligned} S_n &= a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} \\ r \cdot S_n &= ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \end{aligned}$$

$$S_n - r \cdot S_n = a - ar^n$$

$$\Leftrightarrow (1 - r) S_n = a (1 - r^n)$$

Jadi, rumus jumlah n suku pertama dari deret geometri adalah:

I.
$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{-a(1 - r^n)}{-(1 - r)}$$

II.
$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(1 - r)}$$

Info Plus

Pada barisan atau deret geometri:

1. $\frac{U_n}{U_{n-1}} = r$, menghasilkan nilai yang konstan
2. $S_n - S_{n-1} = U_n$

Catatan:

- a. Rumus I kita gunakan jika $r < 1$, sedangkan rumus II digunakan jika $r > 1$
- b. Syarat deret geometri $r \neq 1$

Diskusikan

Coba kalian buktikanlah!

$$\text{a. } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)}$$

$$\text{c. } S_n = \frac{-a(1 - r^n)}{-(1 - r)}$$

$$\text{b. } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(1 - r)}$$

Contoh

Tentukanlah rumus umum suku ke-n deret di bawah ini dan tentukanlah pula jumlah 7 suku pertamanya!

$$\text{a. } 1 + 2 + 4 + 8 + \dots$$

$$\text{b. } 12 + 8 + \frac{16}{2} + \frac{32}{9} + \dots$$

Penyelesaian:

$$\text{a. } a = 1 \quad ; \quad r = \frac{2}{1} = 2$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(1 - r)}$$

$$S_n = \frac{1(2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

$$S_7 = 2^7 - 1 = 128 - 1 = 127$$

$$\text{b. } a = 12 \quad ; \quad r = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)}$$

$$S_n = \frac{12(1 - (\frac{2}{3})^n)}{1 - \frac{2}{3}} = 36(1 - (\frac{2}{3})^n)$$

$$\begin{aligned} S_7 &= 36(1 - (\frac{2}{3})^7) \\ &= 36(1 - \frac{128}{2.187}) \\ &= 36(\frac{2.059}{2.187}) \end{aligned}$$

$$= 4 \left(\frac{2.059}{243} \right)$$

$$= \frac{8.236}{243} = 33,89$$

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

- Manakah di antara barisan-barisan berikut yang merupakan barisan geometri?
 - $1, 3, 5, 7, \dots$
 - $1, 3, 9, 27, \dots$
 - $-3, 3, -3, 3, \dots$
 - $0, 2, 4, 6, 8, \dots$
 - $4, -1, -6, -11, \dots$
 - $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \dots$
 - $20, 10, 5, \frac{5}{2}, \dots$
 - $2, 6, 18, 54, \dots$
- Tentukanlah rumus umum suku ke- n untuk barisan geometri berikut ini!
 - $1, -3, 9, -27, \dots$
 - $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$
 - $\sqrt{3}, \sqrt{6}, 2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}, \dots$
 - $2\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, 1, \frac{2}{3}, \dots$
- Tuliskanlah 4 suku pertama dari barisan geometri yang ditentukan oleh:
 - $U_n = 2 \cdot 3^{n-1}$
 - $U_n = 2^{n-3}$
 - $U_n = 4(-3)^n$
 - $U_n = 12\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$
- Tentukanlah rasio dan suku ke-6 dari suatu barisan geometri, jika:
 - $a = 4$ dan $U_4 = 32$
 - $a = 100$ dan $U_3 = 4$
 - $a = -54$ dan $U_5 = -\frac{2}{3}$
- Tentukanlah n dan y , jika diketahui:
 - $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 126$
 - $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = 363$
 - $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + y = 6.560$
 - $-2 + 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \dots + y = \frac{-85}{64}$

6. Tentukanlah suku dan jumlah suku dari barisan geometri berikut ini!
- $1, -2, 4, -8, \dots \quad U_6 = \dots, S_6 = \dots$
 - $125, -50, 20, -4, \dots \quad U_8 = \dots, S_6 = \dots$
 - $1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{8}, \dots \quad U_{12} = \dots, S_{12} = \dots$
 - $0,3, 0,03, 0,003, 0,0003, \dots \quad U_{10} = \dots, S_{10} = \dots$
 - $\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots \quad U_5 = \dots, S_5 = \dots$
 - $a^8, b^2, a^6 b^3, a^4 b^4, a^2 b^3, \dots \quad U_7 = \dots, S_7 = \dots$
7. Tentukanlah unsur yang ditanyakan pada barisan atau deret geometri berikut ini!
- $U_2 = 6, U_3 = 9, a = \dots$
 - $U_2 = -6, U_5 = 20\frac{1}{4}, r = \dots$
 - $r = \frac{1}{3}, n = 5, S_n = 1820, a = \dots$
 - $r = 3, S_6 = 3640, a = \dots$
 - $a = 16, r = \frac{3}{2}, S_n = 211, n = \dots$
 - $a = 1, S_3 = \frac{3}{4}, r = \dots$
8. Tentukanlah nilai t agar barisan berikut menjadi barisan geometri!
- $t, t + 2, t + 6$
 - $t - 2, t + 1, 3t + 3$

D. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Barisan dan Deret

Contoh

1. Seorang peternak ayam di Desa A memotong ternaknya. Setiap hari ternaknya terus berkurang karena dipotong sebanyak $100 - 5n$ hingga tersisa 20 ekor. Berapa jumlah ayam semula sebelum dipotong?

Penyelesaian:

$$U_n = 100 - 5n$$

$$20 = 100 - 5n$$

$$5n = 80$$

$n = 16$, jadi pada hari keenam belas jumlah ayam sebanyak 20 ekor.

Jumlah ayam yang dipotong pada hari pertama adalah:

$$a = 100 - 5(1) = 95$$

Jadi, jumlah ayam semula adalah

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n)$$

$$S_1 = \frac{1}{2}(16)(95 + 0) = 760 \text{ ekor.}$$

2. Seorang pembuat tambang dari sabut kelapa sedang membuat tambang yang diperlukan oleh pelanggannya. Apabila tambang tersebut dibagi menjadi 4 bagian dengan panjang yang membentuk suatu barisan geometri, dan tali yang paling pendek sepanjang 2 meter serta yang paling panjang dibuat 16 meter, maka berapakah panjang tambang semuanya?

Penyelesaian:

$$U_1 = a = 2; n = 4 \text{ dan } U_4 = 16$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_4 = 2r^3 = 16$$

$$2r^3 = 16$$

$r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$, kemudian nilai-nilai di atas dimasukkan ke dalam bentuk umum deret geometri sehingga menghasilkan nilai,

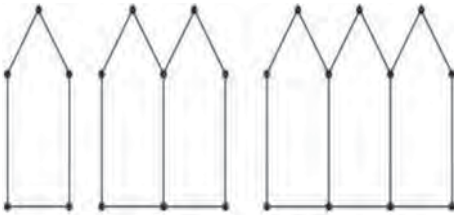
$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

$$S_4 = \frac{2(2^4 - 1)}{2 - 1} = \frac{2(15)}{1} = 30$$

Jadi, panjang tambang keseluruhan adalah 30 meter.

Uji Kompetensi

Kerjakanlah pada buku latihan!

- 

Perhatikan suatu pola barisan di samping ini yang disusun dari batang korek api! Berapa banyaknya batang korek api yang diperlukan pada urutan ke-6 dan ke-9 dari barisan segi lima beraturan tersebut?
- Sebuah gedung bioskop memiliki 10 baris kursi dari depan ke belakang. Banyaknya kursi pada baris depan adalah 8 buah, sedangkan banyaknya kursi pada barisan berikutnya ditambah 4 dari banyaknya kursi sebelumnya. Berapakah jumlah kursi yang ada di gedung bioskop itu?
- Seorang pemanjat tebing memanjat tebing sejauh 15 meter selama 30 menit. Saat memanjat, badan pemanjat diikatkan pada tali yang dihubungkan ke atas tebing. Setiap 15 meter, orang tersebut turun 5 meter. Jika tinggi sebuah tebing 100 meter, berapa jam pemanjat tersebut menempuh tebing itu?
- Sebuah tempat meluncur dengan tanjakan yang rata dibangun di atas perumahan yang rata dan mempunyai 11 tiang penyangga yang jaraknya sama satu dengan lainnya. Tinggi penyangga yang tertinggi adalah 16 m dan terpendek 1 m. Tentukanlah tinggi setiap penyangga yang diperlukan!

5. Sebuah pesawat yang mesinnya mati tiba-tiba, kemudian jatuh bebas dari ketinggian tertentu. Pada detik pertama ditempuh jarak 4 m, pada detik kedua ditempuh jarak 12 m, pada detik ketiga ditempuh jarak 20 m, dan seterusnya. Hitunglah jarak jatuhnya pesawat pada detik ketiga belas dan total jarak jatuh pesawat selama 13 detik dari keadaan awal!
6. Harga sebuah pesawat telepon seluler (HP) Rp2.500.000,00. Setiap tahun nilainya mengalami penyusutan sebesar 20% dari tahun sebelumnya. Berapakah harga pesawat telepon seluler tersebut setelah tiga tahun?
7. Pak Rahmat menyimpan uang sebesar Rp5.000.000,00 di koperasi karyawan tempatnya bekerja. Koperasi biasanya memberikan bagi hasil sebesar 2% dari simpanan setiap bulannya. Berapakah besar uang Pak Rahmat setelah satu tahun?
8. Pada awal Januari 2005 Nabila menabung di Bank sebanyak Rp250.000,00. Tiap bulan ia menambah tabungannya sebanyak Rp50.000,00. Berapakah jumlah tabungan Nabila pada bulan Juni 2006 jika dihitung tanpa bunga?
9. Bakteri membelah menjadi 2 bagian setiap 4 jam. Jika pada pukul 12.00 banyaknya bakteri 500 ekor, berapa banyaknya bakteri pada pukul 21.00 untuk hari yang sama?
10. Mustofa dengan sepeda motornya melakukan perjalanan selama lima hari. Jarak tempuhnya dari hari yang satu ke hari berikutnya membentuk barisan geometri dengan rasio $\frac{2}{3}$. Jika hari terakhir ia hanya menempuh jarak 16 km, berapa jarak yang ia tempuh selama lima hari?

Rangkuman

1. Barisan bilangan (dituliskan $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$) adalah sekumpulan bilangan yang tersusun menurut pola tertentu dan setiap unsur bilangan yang tersusun itu disebut suku barisan.
2. Deret bilangan adalah jumlah dari barisan bilangan.
Dituliskan $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.
3. Barisan aritmetika
 $U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$ disebut barisan aritmetika jika $U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = \dots = U_n - U_{n-1} = b$
Suku ke- n barisan aritmetika adalah $a, (a + b), (a + 2b), \dots, [a + (n - 1)b]$. Coba lanjutkan rangkuman ini di buku tulis kalian!
Rumus suku ke- n adalah $U_n = \dots + (\dots - 1) \dots$
 $a \quad \dots$
 $b \quad \dots$
 $n \quad \dots$
Barisan aritmetika akan *naik* jika $b \dots 0$ dan *turun* jika $b \dots 0$.

4. Deret aritmetika

$a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b)$ disebut . . . aritmetika.

Rumus jumlah n suku adalah

$$S_n = \frac{n}{2} (a + U_n) = \dots$$

Selain itu berlaku hubungan $U_n = S_n - S_{n-1}$

5. Barisan geometri

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_{n-1}, U_n$ disebut barisan geometri jika $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \dots = \frac{U_n}{U_{n-1}}$

konstanta

Suku ke- n barisan geometri adalah $a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1}$

Rumus suku ke- n adalah $U_n = \dots$

$a = \dots$

$r = \dots$

$n = \dots$

Barisan geometri akan naik jika $U_n \dots U_{n-1}$ turun jika $U_n \dots U_{n-1}$ dan bergantian turun naik jika $r < 0$.

6. Deret geometri

$a + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1}$ disebut deret geometri.

Rumus jumlah n suku adalah

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{a(\dots^n - 1)}{r - 1}, \text{ jika } r \dots 1 \\ &= \frac{a(\dots - \dots^n)}{1 - r}, \text{ jika } r \dots 1 \end{aligned}$$

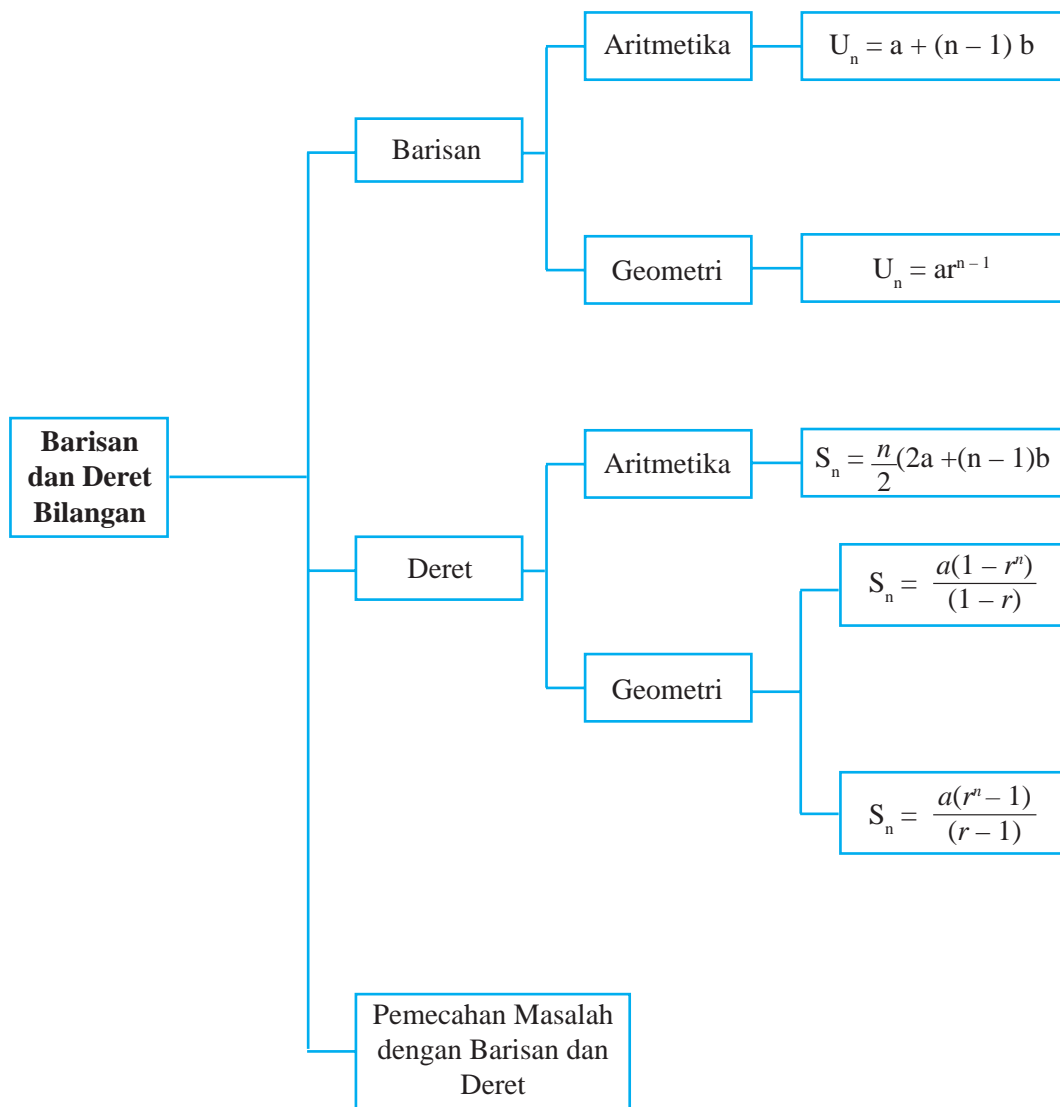
Selain itu berlaku hubungan $U_n = S_n - S_{n-1}$

Refleksi

Berdasarkan materi yang sudah dipelajari, coba jelaskan:

- Perbedaan barisan aritmetika dan barisan geometri dengan menyebutkan ciri-cirinya.
- Perbedaan deret aritmetika dan deret geometri!

Peta Konsep

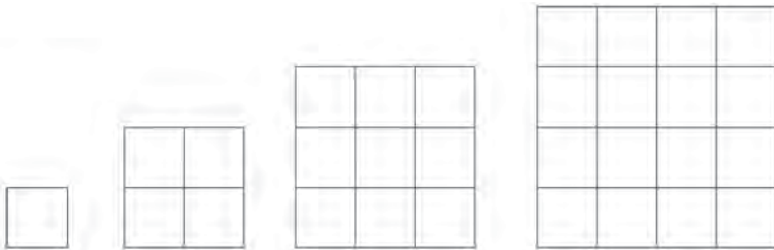


Uji Kompetensi Akhir Bab 6

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Suku ke- n dari barisan 1, 3, 6, 10, 15, 21, . . .
A. $n(n+1)$ C. $(n+2)$
B. $\frac{n(n+1)}{2}$ D. $\frac{n(n+2)}{2}$
- Dua suku berikutnya dari barisan 2, 6, 10, . . . adalah . . .
A. 14, 18
B. 14, 20
C. 16, 22
D. 16, 26
- Perhatikan barisan bilangan: 2, 5, 10, 17, . . . Rumus suku ke- n dari barisan itu adalah . . .
A. $2n+1$ C. n^2+1
B. $3n+1$ D. $2n^3-1$
- Pada ruang petunjukan, baris paling depan tersedia 20 kursi. Baris paling depan tersedia 20 kursi. baris belakangnya tersedia 2 kursi lebih banyak dari baris didepannya. Jika ruang pertunjukkan itu tersedia 20 baris kursi maka banyak orang yang dapat duduk di kursi ruangan itu adalah . . .
A. 400 orang B. 440 orang
C. 680 orang D. 780 orang
- Kompleks suatu perumahan ditata dengan teratur, rumah yang terletak di sebelah kiri menggunakan nomor rumah ganjil, yaitu 1, 3, 5, 7, . . .
Nomor rumah yang ke-12 dari deretan rumah sebelah kiri tersebut adalah . . .
A. 13
B. 23
C. 25
D. 27
- Pada suatu barisan aritmetika, diketahui bahwa U_n adalah suku ke- n . Jika $U_2 = 10$ dan $U_4 = 22$, maka $U_{12} = \dots$
A. 64
B. 70
C. 76
D. 82

7. Pada tumpukan batu bata, banyak batu bata paling atas ada 8 buah, tepat di setiap tumpukan di bawahnya ada 10 buah, dan seterusnya setiap tumpukan di bawahnya selalu lebih banyak 2 buah dari tumpukan di atasnya. Jika ada 15 tumpukan batu bata (dari atas sampai bawah), berapa banyak batu bata pada tumpukan paling bawah?
- A. 35 buah
B. 36 buah
C. 38 buah
D. 40 buah
8. Barisan bilangan yang memiliki suku ke- n dirumuskan dengan $n(n - 1)$ adalah
- A. 1, 2, 5, 7, C. 0, 2, 5, 7,
B. 1, 2, 6, 12, D. 0, 2, 6, 12,
9. Seorang petani menanam kebunnya dengan batang ubi, dengan aturan setiap 1 meter persegi terdapat 4 batang yang ditanam pada setiap pojok seperti tampak pada gambar di bawah ini.



Jika ukuran tanah petani tersebut adalah 10×10 m maka banyak batang ubi yang dapat ditanam adalah

- A. 100
B. 121
C. 144
D. 169
10. Sebuah tangga mempunyai anak tangga dengan ketinggian dari permukaan tanah 15 cm, 25 cm, 35 cm, Jika tangga tersebut mempunyai 25 anak tangga maka ketinggian anak tangga terakhir dari permukaan tanah adalah
- A. 2,50 meter
B. 2,55 meter
C. 3,00 meter
D. 3,75 meter

B. Selesaikanlah soal-soal berikut ini!

1. Dari suatu barisan aritmetika diketahui $U_3 = 5$, $U_7 = B$, dan beda = 2. Tentukanlah suku ke- n pada barisan bilangan tersebut!

2. Dari sebuah barisan aritmetika diketahui suku ke-5 adalah 11 dan suku ke-9 adalah 19. Hitunglah:
 - a. Suku pertama
 - b. Beda antara dua suku berurutan,
 - c. Suku ke- n
3. Diketahui sepuluh bilangan asli yang berurutan membentuk deret aritmetika. Jika jumlah bilangan-bilangan itu sama dengan 115, tentukan:
 - a. bilangan yang terkecil
 - b. bilangan yang terbesar
4. Diketahui deret geometri 4, 8, 16, 32, Hitunglah:
 - a. rasio deret tersebut
 - b. jumlah tujuh suku pertamanya
5. Seutas tali dipotong menjadi lima bagian dengan panjang masing-masing bagian membentuk barisan aritmetika. Jika tali yang terpendek adalah 4 cm dan tali yang terpanjang 108 cm, tentukanlah panjang tali semula!

* * *

LATIHAN ULANGAN UMUM 2

A. Pilihlah salah satu jawaban yang paling tepat!

- Hasil dari $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \dots$
A. $\frac{1}{5^{18}}$ B. $\frac{1}{5^9}$ C. $\frac{1}{5^8}$ D. $\frac{1}{5^7}$
- Bentuk sederhana dari $\frac{(x^3)^2 \cdot (x^7)}{x^8}$
A. x^4 B. x^5 C. x^{13} D. x^{21}
- Bentuk sederhana dari $(4y^5)^3 : (2y^2)^3$ adalah
A. $4y^2$ B. $8y^9$ C. $2y^9$ D. $4y^9$
- Pernyataan berikut yang bernilai salah adalah
A. $2 \times x^3 \times 2^4 = 2^8$ C. $(8^4)^3 = 8^{12}$
B. $(4x^3 y^2)^3 = 4x^9 y^6$ D. $= \left(\frac{-5}{2}\right)^3 (-5)^3 : (2)^3$
- Bentuk $\frac{(x^3)^2 x^6}{x^5}$ jika disederhanakan adalah
A. x^6 B. x^{16} C. x^{67} D. x^{17}
- Nilai yang benar untuk $\frac{3}{2^{-4}}$ adalah
A. 16 B. 24 C. 48 D. 96
- $\frac{-7a^{-3}}{b^{-5}}$ jika ditulis tanpa menggunakan pangkat negatif menjadi
A. $\frac{7b^5}{a^3}$ B. $\frac{-7b^5}{a^3}$ C. $\frac{b^5}{7a^3}$ D. $\frac{7a^5}{b^3}$
- Bentuk sederhana dari $\sqrt{1800}$ adalah
A. $2\sqrt{450}$ B. $3\sqrt{200}$ C. $10\sqrt{18}$ D. $30\sqrt{2}$
- Bentuk sederhana dari $\sqrt[4]{256}$ adalah
A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 2 D. $3\sqrt{2}$
- Jika panjang sisi persegi adalah $(4 + \sqrt{3})$ cm, maka luasnya adalah ... cm².
A. 19 B. $19 + 8\sqrt{3}$ C. $16 + \sqrt{3}$ D. $19 + 4\sqrt{3}$

11. Jika dari $\sqrt{48} + \sqrt{75}$ adalah
 A. $7\sqrt{3}$ B. $9\sqrt{2}$ C. $9\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$
12. Jika penyebut dari dirasionalkan maka akan menjadi bentuk
 A. $10\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. 4 D. $6\sqrt{2}$
13. Jika $x = \sqrt{3}$, maka $\frac{6}{\sqrt{2}}$ adalah
 A. $\frac{2}{x}$ B. $\frac{x}{2}$ C. $2x$ D. $2x$
14. $\frac{35}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$ nilainya akan sama dengan
 A. $7\sqrt{7} - 7\sqrt{2}$ C. $7\sqrt{7} + 7\sqrt{2}$
 B. $7\sqrt{7} - \sqrt{2}$ D. $7\sqrt{7} + \sqrt{2}$
15. Pada barisan 0, 3, 8, 15, 24, 35, . . . dua suku berikutnya adalah
 A. 60 dan 95 C. 44 dan 54
 B. 44 dan 55 D. 48 dan 63
16. Rumus suku ke- n dari barisan 2, 4, 7, 10, . . . adalah
 A. $U_n = \frac{1}{2}(n^2 + 3)$ C. $U_n = \frac{1}{2}(n + 3)$
 B. $U_n = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$ D. $U_n = \frac{1}{2}(n + 2)$
17. Suku ke- n dari suatu barisan bilangan ditentukan dengan rumus $\frac{3n + 7}{n + 2}$. Empat suku yang pertama adalah
 A. $\frac{16}{4}, \frac{13}{3}, \frac{10}{2}, \frac{7}{1}$ C. $\frac{10}{2}, \frac{13}{3}, \frac{16}{4}, \frac{19}{5}$
 B. $\frac{7}{1}, \frac{10}{2}, \frac{13}{3}, \frac{16}{4}$ D. $\frac{19}{5}, \frac{16}{4}, \frac{13}{3}, \frac{10}{2}$
18. Tiga suku berikutnya dari barisan Fibonacci $-1, 5, 4, 9, 13, \dots$ adalah
 A. 21, 30, 39 C. 22, 35, 57
 B. 26, 39, 52 D. 17, 21, 25
19. Ahmad menyampaikan sebuah pesan kepada lima orang temannya. Masing-masing temannya itu kemudian menyampaikan pesan tersebut kepada lima rekannya yang lain, dan demikian juga seterusnya. Banyak orang yang mengetahui pesan tersebut setelah disampaikan 3 kali adalah . . . orang.
 A. 150 C. 125
 B. 225 D. 625

20. Suku ke-7 pada barisan geometri $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ adalah \dots
- A. $\frac{1}{18}$ B. $\frac{1}{27}$ C. $\frac{1}{64}$ D. $\frac{1}{49}$
21. Jumlah dari deret aritmetika $3 + 8 + 13 + \dots + 93$ adalah \dots
- A. 1129 B. 912 C. 1029 D. 1092
22. Sebuah tangga mempunyai anak tangga dengan ketinggian dari permukaan tanah 15 cm, 25 cm, 35 cm, \dots . Jika tangga tersebut mempunyai 25 anak tangga, maka ketinggian anak tangga terakhir dari permukaan tanah adalah \dots
- A. 2,50 m
B. 3,00 m
C. 2,55 m
D. 3,75 m
23. Seorang petani akan menanam pohon singkong sebanyak 40 baris. Jika baris yang pertama terdapat 20 pohon dan baris selanjutnya terdapat 9 pohon lebihnya dari baris di depannya, maka banyak pohon yang ditanam adalah \dots pohon.
- A. 7.820
B. 6.420
C. 8.720
D. 2.870
24. Jika jumlah n suku pertama suatu deret aritmetika diberikan oleh persamaan $S_n = 3n^2 - 4n$, maka suku ke-10 dari deret tersebut adalah \dots
- A. 260 C. 207
B. 53 D. 270
25. Barisan bilangan di bawah ini yang rumus suku ke- n nya $U_n = -2n + 5$ adalah \dots
- A. 3, 1, -1, -3, -5, \dots C. 7, 9, 11, 13, 15, \dots
B. -3, -1, 1, 3, 5, \dots D. -7, -9, -11, -13, -15, \dots
26. Jika pada suatu deret aritmetika $S_8 = -23$ dan $S_9 = 14$, maka $U_9 = \dots$
- A. -37 C. 9
B. -9 D. 37
27. Pada suatu deret aritmetika setelah disisipkan enam suku baru pada tiap dua suku berurutannya, banyaknya suku menjadi 50 suku. Banyaknya suku sebelum disisipkan adalah \dots
- A. 8 C. 10
B. 9 D. 11
28. Jika pada deret geometri $U_4 = 2$ dan $U_6 = 72$, maka $U_5 = \dots$
- A. 10 C. 14
B. 12 D. 16

7. Jika barisan $85, m, 51, n, 17, \dots$ adalah barisan aritmetika, tentukanlah nilai m dan n !
8. Tentukanlah jumlah suku pertama deret aritmetika yang suku awalnya -7 dan bedanya 13 !
9. Jika diketahui pada deret aritmetika $U^7 = -5$ dan $U^9 = 16$, tentukanlah U^8 !
10. Tentukanlah 5 suku pertama dari barisan geometri yang suku awalnya 16 dan rasionya 3 !

* * *

DAFTAR PUSTAKA

- Badan Standar Nasional Pendidikan. 2006. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar Mata Pelajaran Matematika untuk SMP/MTs*. Jakarta: Depdiknas.
- Gary L. Musser, William F. Burger, Blake E. Peterson. 2002. *Mathematics for Elementary Teacher*. USA; John Willey & Sons.
- Kerami, Djati dan Cormentina Sitanggang. 2002. *Kamus Matematika*. Jakarta: BalaiPustaka.
- Kurniawan dan Suryadi. 2006. *Siapa Juara Olimpiade Matematika SMP*. Jakarta: Erlangga.
- Mary, Jane Sterling. 2005. *Algebra for Dummies dialihbahasakan oleh Endang Naskah Alimah dan Ervina Yudha Kusuma*. Bandung: Pakar Raya.
- Negoro, ST dan B. Harahap. 2003. *Ensiklopedi Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- Pusat Bahasa Departemen Pendidikan Nasional. 2002. *Kamus Besar Bahasa Indonesia Edisi Ketiga*. Jakarta: Depdiknas.
- Sin Kwai Meng. 2002. *Exploring Mathematics*. Singapore: SNP Pan Pasific Publishing.
- Tim M2S. 2006. *Bank Soal Matematika untuk SMP kelas 1, 2, dan 3*. Bandung: M2S.
- Tim Studi Guru SMP. 2006. *Soal-Soal Uji Kompetensi Matematika kelas VII, VII, dan IX*. Bandung: Pustaka Setia.
- Untoro, Joko. 2006. *Rumus Lengkap Matematika SMP*. Jakarta: Wahyu Media.
- Wibowo, Herlik. 2008. *Isolasi Matematika untuk kelas 1, 2, dan 3*. Jakarta: Wahyu Media.
- Wono, Setya Budhi. 2002. *Model Buku Pelajaran Matematika SMA (Panduan Pengembangan)*. Jakarta: Pusbuk Depdiknas.

GLOSARIUM

Barisan aritmetika :	sekumpulan bilangan yang tersusun menurut pola tertentu dimana beda setiap dua suku yang berturutan selalu sama.
Barisan geometri :	sekumpulan bilangan yang tersusun dengan pola tertentu dimana perbandingan (rasio = r) antara tiap dua suku berurutannya selalu merupakan bilangan tetap.
Bola :	bangun ruang yang dibatasi oleh bidang lengkung.
Data :	keterangan yang dijejer atau dikumpulkan dalam bentuk angka atau lambang dari suatu pengamatan.
Deret :	jumlah dari barisan bilangan.
Hampan :	selisih kuartil atas (Q_3) dengan kuartil bawah (Q_1)
Jangkauan :	data terbesar dikurangi data terkecil.
Jari-jari lingkaran :	jarak dari pusat ke suatu titik di garis lingkaran.
Jaring-jaring :	rangkaian yang berupa ruas garis-ruas garis yang merupakan sketsa bangun ruang.
Kerucut :	suatu bangun ruang yang dibatasi oleh bidang sisi alas yang berbentuk lingkaran dan bidang sisi lain yang disebut selimut.
Kongruen :	dua bangun yang bentuk dan ukurannya sama.
Kuartil :	nilai-nilai yang membagi data menjadi kelompok data yang sama banyaknya.
Peluang :	nilai dari suatu kemungkinan.
Populasi :	seluruh objek suatu data.
Ruang sampel :	himpunan semua titik sampel atau himpunan dari semua kejadian yang mungkin dari suatu percobaan.
Sampel :	bagian dari populasi yang mewakili karakter dari populasi.
Sebangun :	dua bangun yang memiliki sisi-sisi yang seletak atau bersesuaian adalah sebanding dan sudut-sudut yang seletak (bersesuaian)sama besar.
Tabung :	suatu bangun yang dibatasi oleh dua bidang sisi yang sejajar dan kongruen berbentuk lingkaran serta bidang sisi tegak berbentuk selongsong yang disebut selubung.

KUNCI JAWABAN

Uji Kompetensi Akhir Bab 1

- A. 1. C 7. B
 3. D 9. B
 5. B

b. $\frac{3}{8}$
 c. $\frac{1}{8}$

- B. 1. Panjang = 4 cm
 3. AB = 6 cm
 5. 4 cm

3. $\frac{5}{8}$
 5.

Uji Kompetensi Akhir Bab 2

- A. 1. D 7. A
 3. B 9. A
 5. A
 B. 1. 24,5 cm
 3. $r = 8,309$ cm
 $V = 2.404,86 \text{ cm}^3$
 5. $V = 151.863 \text{ cm}^3$

I \ II	1	1	1	1	1	1
1	(1,1)	2,1	(3,1)	4,1	(5,1)	6,1
2	1,2	2,2	3,2	4,2	(5,2)	6,2
3	(1,3)	2,3	(3,3)	4,3	(5,3)	6,3
4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
5	(1,5)	2,5	3,5	4,5	(5,5)	6,5
6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Uji Kompetensi Akhir Bab 3

- A. 1. C 7. B
 3. A 9. A
 5. B
 B. 1. 3 : 2
 3. 6 orang
 5. 7

a. Ruang sampel = $6 \times 6 = 36$

b. $P(> 7) = \frac{15}{36}$

c. $P(\text{ganjil} \cup \text{genap}) = \frac{9}{36} \times 500$
 $= 125$ kali

Uji Kompetensi Akhir Bab 4

- A. 1. C 7. B
 3. D 9. D
 5. D
 B. 1. a $S = \{A, A, A), (A, A, G),$
 $(A, G, A), (G, A, A),$
 $(A, G, G), (G, A, G),$
 $(G, G, A), (G, G, G)\}$

Uji Kompetensi Akhir Bab 5

- A. 1. D 7. C
 3. A 9. D
 5. B
 B. 1. $P = -5$
 2. Lebar = $\sqrt[5]{a^5}$
 3. $V = 45 \sqrt{10} \text{ cm}^3$

Uji Kompetensi Akhir Bab 6

- A. 1. B 7. B b. $\frac{5^3\sqrt{9x}}{3}$
3. C 9. BD c. $\frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{5})}{11}$
5. B
- B. 1. $U_n = 2_n + 1$ 7. $m = 68 ; n = 34$
3. a. 7 9. $U_8 = 10,5$
b. 16
5. 280 cm

Latihan Ulangan Umum Semester 1

- A. 1. D 11. A 21. D
3. D 13. A 23. A
5. C 15. D 25. C
7. D 17. D 27. B
9. D 19. D 29. C
- B. 1. $x = 4,8$
3. 4,75 m
5. Rp 45.000,00
7. 120 orang
9. 120

Latihan Ulangan Umum Semester 2

- A. 1. B 11. D 21. B
3. B 13. C 23. A
5. C 15. B 25. A
7. B 17. C 27. A
9. C 19. C 29. A
- B. 1. $3\sqrt{5}$
3. a. $3^{\frac{3}{2}}$
b. 2
c. 6
d. 4
5. a. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

INDEKS

A

Akar
Alas
Angket

B

Barisan
Beda
Bola

D

Data kelompok tunggal
Diagram batang
gambar
garis
lingkaran
pohon
Deret aritmetika
bilangan
geometri
Diameter

E

Eksponen

F

Faktor
Frekuensi harapan
relatif

G

Garis sejajar

J

Jari-jari
Jaring-Jaring

K

Kejadian
Kerucut
Kesebangunan
Kisaran nilai peluang
Kongruen
Kuartil

L

Luas permukaan bola
kerucut
tabung

M

Mean
Median
Modus

O

Observasi

P

Pangkat
Peluang
Perbandingan
Pola bilangan
Populasi

R

Rasio
Ruang sampel

S

Sampel
Sebangun
Segitiga kongruen
sebangun
Sekawan
Sisi
Sisi seletak
Skala
Statistik
Sudut sama besar
Suku

T

Tabung
Tinggi bola
kerucut
tabung
Titik sampel
Thomas Malthus

V

Volume bola
kerucut
tabung

W

Wawancara

CATATAN

[illegible]



ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-979-095-665-0 (jil.3.1)

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui **Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 81 Tahun 2008, tanggal 11 Desember**

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp.12.163,00

Diunduh dari BSE.Mahoni.com